Seismometrische Untersuchungen mit einem einfachen Pendelapparat zur Messung maximaler Beschleunigungen

---

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät

der

Vereinigten Friedrichs-Universität Halle-Wittenberg

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

vorgelegt von

Ernst Jegge
aus Konstanz

Halle 1915.
Druck von Emil Ebering, Berlin NW. 7 Mittelstr. 39.

Referent: Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. **Dorn**

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Dezember 1914.

Meinen lieben Eltern

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546024_0116

Inhaltsübersicht.

Seite

Einleitung 7

§ 1 Beschreibung des Apparates und die Theorie desselben . 9

§ 2 Die Eichung des Instrumentes 17

§ 3 Prüfung der Formel $b = \frac{g}{M} M_0$ 21

§ 4 Die Abnahme der maximalen Beschleunigung mit der Entfernung vor der Erschütterungsquelle 26

A) Messungen auf einer ebenen Granitplatte 27

B) Messungen auf einem Zementboden 31

C) Messungen auf einem Boden aus Steinholz 33

Diskussion der erhaltenen Resultate 38

§ 5 Einfluß der Periode der Bodenschwingungen auf die Abnahme der maximalen Beschleunigung mit der Entfernung von der Erregungsquelle 40

Messungen auf einer Granitplatte 41

Messungen auf einem Boden aus Zementfliesen 44

Messungen auf einem Zementboden 46

Messungen auf einem Zementboden, der mit Linoleum belegt ist 48

Diskussion der Versuche 50

§ 6 Versuche über das Verhalten der maximalen Beschleunigung an der Grenzfläche zweier Medien 56

A) Komponenten parallel der Unstetigkeitsfläche . . . 60

1) Vertikalkomponente 60

2) Horizontalkomponente 62

B) Komponente senkrecht zur Grenzfläche 65

Zusammenfassung 69

Einleitung.

In einer der Akademie der Wissenschaften zu Berlin im Jahre 1909 vorgelegten Arbeit[1]) berichtet Herr Professor Dr. Leo Grunmach über zwei neue Apparate zur Messung von Erderschütterungen kleinster Periode. Die Apparate wurden gebaut zur Messung von Erderschütterungen, die durch den Absturz großer Wassermassen an einer Talsperre Schlesiens hervorgerufen wurden. Inzwischen ist ein ausführlicher Bericht[2]) über jene Messungen erschienen: L. Grunmach: „Experimentaluntersuchung zur Messung von Erderschütterungen," Verhandl. des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes, 1913, Heft 2—5. Diese beiden Apparate — es waren ein einfacher Pendelapparat zur Messung der Maximalwerte der Beschleunigung und ein Horizontalpendel — ergaben sehr gute innere Uebereinstimmung und erwiesen ihre besondere Brauchbarkeit zur Messung von Erderschütterungen sehr kleiner Periode. Von diesen zwei Meßinstrumenten erscheint vor allem der einfache Pendelapparat zur Anwendung sehr geeignet, wenn es bei dem Bau von wissenschaftlichen Instituten oder der Auf-

---

[1]) L. Grunmach: „Ueber neue Methoden und Apparate zur Messung von Erderschütterungen kleinster Periode" (nach gemeinsam mit Herrn Dr. Franz Weidert ausgeführten Untersuchungen). Sitzungsberichte der Kgl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin; Sitzung vom 29. Juli 1909, p. 969—981. Vgl. ferner: L. Grunmach, Ann. d. Physik (4) **30**, p. 951—973, 1909.

[2]) Auch als besonderes Buch unter diesem Titel erschienen bei Leonhard Simion, Berlin 1913. Im folgenden wird diese Arbeit kurz mit „L. Grunmach: Experimentaluntersuchung . . . pg. . . ." zitiert.

stellung wissenschaftlicher Instrumente darauf ankommt, jene Stellen zu finden, die möglichst geschützt sind vor allen Erschütterungen des Verkehrsnetzes oder der näheren Umgebung. Versuche dieser Art wurden mit dem Pendelapparat in verschiedenen Arbeitsräumen und Laboratorien unserer Hochschule in reichlicher Zahl ausgeführt. Die so vorgenommenen Messungen führten naturgemäß zu der Aufgabe, zu untersuchen, in welcher Weise die maximale Beschleunigung abnimmt mit der Entfernung von der Erschütterungsquelle in einem gegebenen Medium. Da mir indessen für diese Untersuchungen keine großen, ausgedehnten und homogenen Medien zur Verfügung standen, auf deren einer ebenen Begrenzungsfläche die Messungen hätten vorgenommen werden müssen, so wurden die Versuche ausgeführt auf Granitplatten und größeren Fußböden, also unter Verhältnissen, wie sie in praktischen Fällen stets vorliegen. Es hat nun A. E. H. Love auf mathematischem Wege gezeigt, daß für die Ausbreitung von Wellen in einem elastischen Medium Erscheinungen existieren, ähnlich denen der Fortpflanzung von Lichtwellen in einem ponderablen Medium, daß vor allem eine Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen von der Wellenlänge vorhanden sein muß. Um ganz allgemein zu untersuchen, ob ein elastisches Medium sich gegenüber Wellen ungleicher Periodenzahl verschieden verhält, wurden die oben erwähnten, auf Granitplatten und großen Fußböden ausgeführten Messungen wiederholt für verschiedene Schwingungszahlen der die Erschütterungen hervorbringenden Erregungsquellen. Ist die Abnahme der maximalen Beschleunigung mit wachsender Entfernung von der Erregungsquelle unter sonst genau gleichen Verhältnissen für verschiedene Perioden der elastischen Wellen die gleiche, oder fällt sie versieden aus?

Experimentelle Untersuchungen über diesen Gegenstand

sind in der Literatur nicht gefunden worden. Um die Resultate der Messungen vollkommen sicher zu stellen, wurde mit einer experimentellen Prüfung der zur Verwendung kommenden Formel begonnen. Es ergab sich dabei eine Vereinfachung derselben, die denn auch zu einer etwas kürzeren mathematischen Ableitung führte.

§ 1. Beschreibung des Apparates und die Theorie desselben.

Betreffs der genaueren Beschreibung des Apparates muß auf die oben angeführten Arbeiten von Herrn Prof. L. Grunmach verwiesen werden. Es soll hier nur eine Beschreibung der wichtigsten Teile desselben gegeben werden.

Der Hauptbestandteil des Apparates[1]) ist der in der Figur 1 (siehe folgende Seite) bei H sichtbare, um das Achsenlager A drehbare Hebel H. Er trägt die schwere Masse M und die Kontaktkugel K, mit der das Pendel auf dem als Unterlage dienenden Amboß U aufliegt. Bei der Wahl der Kontaktflächen kommt es vor allem darauf an, daß dieselben völlige Unveränderlichkeit zeigen gegenüber mechanischen und atmosphärischen Einflüssen. Auch die geringste Bildung einer Oxydschicht bedeutet eine Vermehrung des Uebergangswiderstandes und bedingt demzufolge eine weniger scharfe Einstellung. Als Material für diese Kontaktflächen war daher nach dem Vorgange von Herrn Professor L. Grunmach und Herrn Dr. F. Weidert auch hier eine von der Firma W. C. Heräus in Hanau gelieferte Osmium-Iridiumlegierung (50 % Osmium und 50 % Iridium) gewählt, die wie bei früheren Grunmachschen Untersuchungen so auch bei den hier zu beschreibenden, allen gestellten Ansprüchen in jeder Weise genügte. Die Auflagekraft des Pendels auf dem Amboß läßt sich vermehren und vermindern vermittelst der Feder F, deren Spannung mit Hilfe der Mikrometerschraube T

[1]) Der Apparat wurde nach den Grunmachschen Angaben von Herrn Mechaniker P. Stückrath in Friedenau hergestellt.

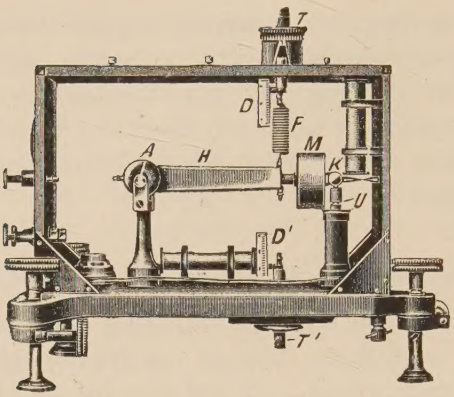


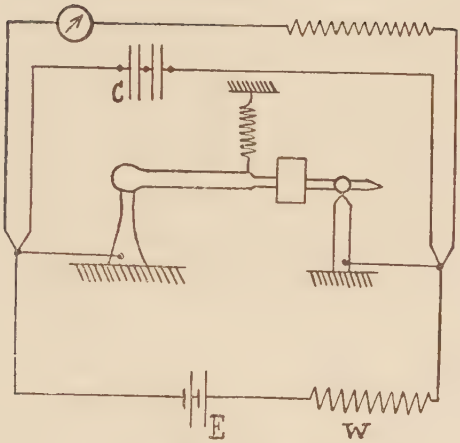
Fig. 1 ($^1/_6$ nat. Größe).

verändert werden kann. Die Ganghöhe der Schraube beträgt ½ mm und ihre Trommel ist in 50 Teile geteilt, so daß einer Verschiebung um einen Trommelteil (der eine Länge von etwa 2 mm hat) eine Hebung oder Senkung von $^1/_{100}$ mm entspricht. Die ganzen Umdrehungen werden an der vertikalen Millimeterteilung D abgelesen. Um die Reibung im Achsenlager auf ein Minimum zu reduzieren, greift die Federkraft im Schwingungsmittelpunkt des Pendels an[1]). Das Instrument wird in der durch Figur 1 angedeuteten Lage gebraucht zur Bestimmung der Vertikalkomponente der Beschleunigung. Zur Ermittelung der Horizontalkomponenten wird der Apparat mittels zweier Schrauben von der Grundplatte abgehoben und vertikal gestellt, so daß das Pendel vertikal schwingt.

Bei der Bestimmung der maximalen Beschleunigung ist nun die Federspannung so groß zu machen, daß das Pendel gerade von seiner Unterlage abgehoben wird. Der Punkt des Abgehobenwerdens wird auf elektrischem Wege festgestellt. Die Schaltungsskizze ist in Fig. 2 (S. 11) wiedergegeben. Es wird ein Stromkreis gebildet aus einem Element E, einem Vorschaltwiderstand w und dem Leitungsstück, das vom Amboß über die Auf-

[1]) Vgl. Anm. S. 17

Fig. 2.



Schaltungsschema.

lagestelle des Pendels durch letzteres und die Federn nach einer Klemmschraube am Gehäuse führt. Parallel zu diesem Leitungsstück liegt ein Nebenschluß, bestehend aus Stromanzeiger und Widerstand. C ist ein Funkenbrechkondensator. Als Strommeßinstrument diente ausschließlich ein Telephon. Es erwiesen sich ein Saitengalvanometer und auch ein Oszillograph allerdings als weit empfindlicher, doch hätte deren Anwendung nicht den geringsten Vorteil gegenüber dem Telephon gehabt, da, wie alle folgenden Meßreihen zeigen, die Erschütterungsquellen selbst bei größter Vorsicht in deren Handhabung nicht absolut konstante Bodenbewegungen hervorriefen; selbst bei Anwendung eines Elektromotors, dessen Gang sich noch am leichtesten überwachen ließ, betrugen die Schwankungen in den beobachteten Werten der Beschleunigungen unter Umständen bis reichlich 10 %. Solchen Veränderungen in der Konstanz der Erschütterungsquelle gegenüber war das Telephon durchaus empfindlich genug, wie ausgedehnte Vorversuche ergaben.

Das Prinzip der Messung maximaler Beschleunigungen mit diesem Apparat ist überaus einfach. Es möge hier ganz kurz

auseinandergesetzt werden, da sich dabei eine kleine Vereinfachung der von Prof. L. Grunmach abgeleiteten Formel ergibt.

Der in der Arbeit L. Grunmach: „Experimentaluntersuchung ....“ eingehaltene Weg ist kurz der folgende. Das Pendel liegt stets mit einer bestimmten Kraft auf seiner Unterlage auf. Diese Kraft ist eine andere, je nachdem der Boden ruht oder in Bewegung ist, denn in letzterem Fall treten Trägheitskräfte auf, die dem bei ruhender Unterlage herrschenden Drehungsmoment D entgegenwirken. Wird dieses Drehungsmoment, das in der Richtung der Uhrzeigerbewegung wirkt, positiv gerechnet, so ist also das von den Trägheitskräften stammende Drehungsmoment D′ negativ zu nehmen, und zwar berechnet sich D′ zu:

$$D' = -\frac{J\,b}{l^2}\,\frac{l}{L}\,L \qquad (1)$$

(siehe L. Grunmach: „Experimentaluntersuchung ....“ Seite 11, Zeile 5 v. o.); es bedeutet hierin J das Trägheitsmoment des Pendels um die Achse A, l die äquivalente Pendellänge, L die Entfernung der Auflagestelle von der Drehungsachse und endlich b die Beschleunigung, mit der der Boden bewegt wird. Bei bewegter Unterlage ist demnach schließlich das Drehungsmoment um die Achse A:

$$D + D' = D - \frac{J\,b}{l}. \qquad (2)$$

Andererseits ist dieses Drehungsmoment gleich der Auflagekraft P des Pendels auf dem Amboß, multipliziert mit der Länge des Hebelarmes, d. h.

$$P\,L = D - \frac{J\,b}{l}. \qquad (2_a)$$

Verändert man die Spannung der Feder und damit die Größe D

so lange, bis die Auflagekraft Null wird, so ist klar, daß wenn nun D auch nur noch um etwas geringer gemacht wird, dann der Hebel von seiner Unterlage abgehoben wird. Es ist demnach für den Fall der Kontaktunterbrechung:

$$D = \frac{J\,b}{l}. \qquad (3)$$

Es ist jedoch das Drehungsmoment D bei ruhender Unterlage gleich zu setzen $P_0 L$, wo P_0 die mit der Wage gemessene Auflagekraft bedeutet[1]), also

$$b = \frac{l}{J} L\, P_0. \qquad (4)$$

Dies ist die von Herrn Professor Grunmach verwendete Formel (siehe L. Grunmach: „Experimentaluntersuchung ....“ Seite 11, Zeile 15 v. o.). Es hängen aber die Größen I und J vermöge ihrer Bedeutung durch die folgenden Relationen zusammen:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{g}} \qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{g\,\Sigma m r \cos(rh)}}.^{2}) \qquad (5)$$

---

[1]) Bezüglich der Messung von P_0 vgl. L. Grunmach: „Experimentaluntersuchung“, p. 12.

[2]) Diese Formel ist entnommen aus L. Grunmach: „Experimentaluntersuchung . . . “ Seite 13, Zeile 10 v. u. Jene Formel lautet $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$, wo D das Drehungsmoment des horizontal gelagerten Hebels ohne Feder bedeutet. Es ist daher $D = g\,\Sigma m\, r \cos(r,h)$, wo (r, h) den Winkel bedeutet, den die Richtung von r mit der Horizontalen h bildet. (Siehe die Figur 3).

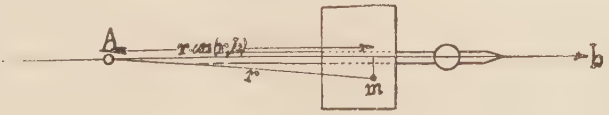


Fig. 3.

Das T in beiden Gleichungen ist dasselbe. Es ist also:

$$\frac{l}{g} = \frac{J}{g\,\Sigma m\, r \cos(r, h)} \quad \text{oder} \quad \frac{l}{J} = \frac{g}{g\,\Sigma m\, r \cos(r, h)}$$

Setzt man dies oben ein, so ergibt sich:

$$b = \frac{1}{\Sigma m\, r \cos(r, h)} L P_0. \tag{6}$$

Das Drehungsmoment D wird mit der Wage bestimmt. Ist mit derselben M gr gefunden worden, so ist in absoluten C. G. S.-Einheiten:

$$g\,\Sigma m r \cos(r, h) = g\, M\, L.$$

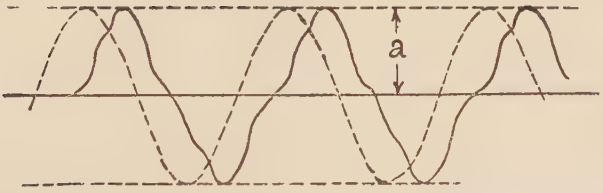
Ist analog für P_0 (es war dies die Auflagekraft des Pendels auf dem Amboß bei der gerade herrschenden Federkraft, während $g\,\Sigma m\, r \cos(r, h)$ das Drehungsmoment des Pendels um die Achse A ohne jede Feder bedeutete) M_0 gr gefunden worden, so hat man also endlich:

$$b = \frac{g}{M} M_0. \tag{7}$$

ist für das Pendel eine Konstante. Dieselbe ist lediglich abhängig von der Größe des Drehungsmomentes D, dagegen unabhängig von dem Trägheitsmoment und der Pendellänge. Es liegt daher der Gedanke nahe, daß dasselbe einfache Resultat sich auch auf kürzerem Wege erreichen lassen muß.

Es werde als Form der Bodenbewegung an einem bestimmten Orte eine reine Sinusbewegung angenommen. Die Beschleunigung wird dann daselbst ebenfalls sinusförmigen Verlauf haben; in Wirklichkeit wird ja die Form der Beschleunigung eines Bodenteilchens stets eine andere sein. Es möge in der nachfolgenden Figur 4 (S. 15) die stark ausgezogene Linie die Beschleunigung eines Bodenteilchens als Funktion der Zeit darstellen. Da nun mit dem Apparat lediglich die Maximalwerte

Fig. 4.



der Beschleunigungen gemessen werden können, so kommt es auf die Kurvenform im einzelnen gar nicht an, maßgebend ist nur der Maximalwert a. Denkt man sich also statt der tatsächlich vorhandenen Bodenbeschleunigung eine sinusförmige mit der Amplitude a, so wie sie in der Figur durch die gestrichelt gezeichnete Kurve wiedergegeben ist, so würde diese gedachte Bodenbeschleunigung genau dieselbe Federeinstellung am Apparat ergeben. Es kann demnach die vorhandene Bodenbeschleunigung ersetzt werden durch eine idealsinusförmige mit derselben maximalen Beschleunigung a.
Die Elongationen der Bodenteilchen aus der Ruhelage seien also gegeben durch[1])

$$\xi = \xi_0 \sin(\omega t); \tag{8}$$

für die Beschleunigung erhält man alsdann

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\xi_0 \omega^2 \sin(\omega t) = b \sin(\omega t), \text{ wo } |b| = (\xi_0 \omega^2),$$

b ist der Maximalwert für die Beschleunigung, die zu messende Größe. Die positive ξ-Achse sei nach unten gerichtet, auch die Drehungsmomente mögen wieder wie oben nach dieser Richtung positiv gerechnet werden.

Das Drehungsmoment um die Achse A setzt sich aus zwei Teilen zusammen: In positiver Richtung wirkt die Schwerkraft

[1]) Vgl. auch L. Grunmach: „Experimentaluntersuchung“ p. 70.

minus der negativen Zusatzkraft, in negativer Richtung die Federkraft. Die Beschleunigung in positiver Richtung ist

$$g—b \sin(\omega t).$$

Dies liefert das Drehungsmoment

$$D = (g—b \sin(\omega t)) \Sigma m\, r \cos(r, h) \qquad (9$$

Die Federkraft möge in der Entfernung L von der Drehungsachse den Wert F besitzen; das von ihr herrührende Drehungsmoment hat also den Wert F L. Da es in negativer Richtung wirkt, so ist das ganze Drehungsmoment um die Achse A gegeben durch den Ausdruck:

$$\Delta = (g—b \sin(\omega t)) \Sigma m\, r \cos(r, h)—F\, L \qquad (10)$$

Solange Δ positiv ist, findet ein Aufliegen des Pendels auf seiner Unterlage statt. Sowie aber auch nur einmal im Verlaufe einer Schwingungsperiode Δ Null wird, findet zu jenen Zeitmomenten noch Berühren des Pendels auf dem Amboß statt, und bei der geringsten Verkleinerung von Δ, d. h. Vergrößerung der Federspannung F, findet während der Bewegung auch Abheben statt. Es ist demnach jenes F zu finden, bei dem Δ beständig positiv bleibt und nur im Minimum gerade Null ist. Für das Minimum ist nun:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} = — b\, \omega\, (\Sigma m\, r \cos[r, h]) \cos(\omega t) = 0, \text{ d. h.}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

Das Einsetzen dieser Werte in

$$\frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = b\, \omega^2 \sin(\omega t) \Sigma m r \cos(r, h)$$

ergibt Minima für $\omega t = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$ Diese Werte in den Ausdruck (10) für Δ eingesetzt, ergibt also für den Fall, daß das Minimum von Δ gleich Null werden soll:

$$\Delta = 0 = (g-b)\,\Sigma m\, r \cos(r, h) - F\,L, \text{ d. h.}$$

$$b = \frac{g\,\Sigma m r \cos(r,h) - F\,L}{\Sigma m\, r \cos(r, h)}. \qquad (11)$$

Der Zähler dieses Ausdruckes ist das Drehungsmoment des Pendels bei ruhender Unterlage, also $P_0 L$ gleichzusetzen; es wird dasselbe mit der Wage gefunden und möge bei Anwendung der obigen Bezeichnungen $M_0 g L$ C.G.S.Einheiten ergeben. Das Drehungsmoment ohne Feder wird auf demselben Wege bestimmt und ergebe M gr, so daß man also

$$M g L = g\,\Sigma m\, r \cos(r, h)$$

zu setzen hat. Trägt man dies in obige Gleichung (11) ein, so ergibt sich wieder genau die Relation (7):

$$b = \frac{g}{M} M_0. \qquad (12)$$

Die Eichung des Instrumentes erfordert also lediglich die Bestimmung der Konstanten $\frac{g}{M}$ des Pendels, sowie die Ermittelung der Auflagekraft P_0 für die verschiedenen Federeinstellungen.

§ 2. Die Eichung des Instrumentes.

Um bei den vorzunehmenden Messungen möglichst günstige von der Größe der schweren Masse und der Stärke der Meßfedern abhängige Verhältnisse zu erhalten, konnte die in der Figur 1 mit M bezeichnete schwere Masse durch genau gleich große, jedoch aus verschiedenem Material hergestellte Stücke ersetzt werden[1]). Auch das

[1]) Dieses Auswechseln der Pendelmassen ist zwar mit einer Lagenänderung des Schwingungsmittelpunktes des Pendels verbunden. Die nur geringe jetzt im Achsenlager auftretende Reibung ist aber ohne jeden Einfluß auf die Federeinstellung. In der Ableitung der Formel $b = \frac{g}{M} M_0$ ist nirgends vorausgesetzt, daß

Auswechseln der je nach der Größe der zu messenden maximalen Beschleunigung anzuwendenden Meßfedern diente diesem Zweck. An Pendelmassen standen solche zur Verfügung aus Kammasse, Aluminium, Eisen und Blei. Die Drehungsmomente der so erhaltenen vier Pendel ergaben sich im Mittel zu:

1.	Kammasse	61,03 g L . [gr cm^2 sec^{-2}]
2.	Aluminium	97,94 g L
3.	Eisen	213,96 g L
4.	Blei	272,88 g L

Für die Konstanten der einzelnen Pendel ergaben sich hieraus die Werte:

$$1.\ \frac{g}{M} = \frac{981{,}3}{61{,}03} = 16{,}097$$

$$2.\ \frac{981{,}3}{97{,}94} = 10{,}019_5$$

$$3.\ \frac{981{,}3}{213{,}96} = 4{,}586$$

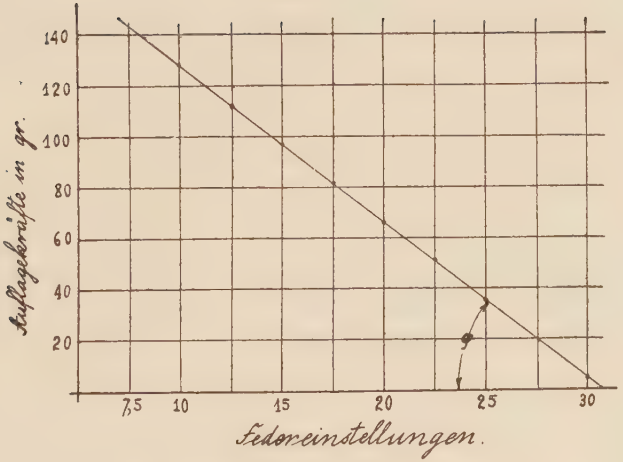
$$4.\ \frac{981{,}3}{272{,}88} = 3{,}596$$

Ebenso wie die Pendelmassen konnten auch die Meßfedern ausgewechselt werden. Es stand eine Reihe von eng gewundenen Federn aus bestem Stahldraht zur Verfügung, die einen durchaus proportionalen Gang der Spannkräfte mit den Verlängerungen zeigten. Es möge aus der großen Zahl der für jede Feder ausgeführten Meßreihen nur eine einzige solche Eichkurve hier wiedergegeben werden in der Figur 5, die erhalten wurde von Feder Nr. 1.

---

die Federkraft im Schwingungsmittelpunkt des Pendels angreift, so daß unsere Gleichung strenge richtig bleibt für die verschiedenen Pendel.

Fig. 5.



Eichungsdiagramm einer Meßfeder.

Federeinstellung an der Skala	Auflagekraft in gr	Differenzen
10,00	128,70	
12,50	113,10	15,60
15,00	97,70	15,40
17,50	82,00	15,70
20,00	66,45	15,55
22,50	50,95	15,50
25,00	35,35	15,60
27,50	19,90	15,45
30,00	4,30	15,60

Die elastische Nachwirkung der verwendeten Meßfedern war nur eine geringe und machte sich erst nach längerer Zeit in meßbarer Weise geltend. Insbesondere blieben die Spannkräfte der Federn während des Verlaufes mehrerer Messungsreihen durchaus konstant, wie ausgedehnte Versuche für eine jede einzelne der Federn ergab. Stellte sich aber nach einigen Tagen eine geringe elastische Nachwirkung ein, so ergab sich als Eichkurve für die betreffende Feder immer wieder eine gerade Linie, die nur ihre Lage und Neigung im obigen Diagramm

veränderte. Es erwies sich daher als zweckmäßig, den Winkel jener Geraden mit der Abszissenachse einzuführen, der, wenn Abszisse und Ordinate in der Figur 5 in demselben Maßstabe gezeichnet wären, sich in dem angeführten Beispiele ergibt zu:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{128{,}70 - 4{,}30}{30 - 10} = 6{,}220 = C.$$

Um einen Einblick zu geben in die Veränderungen der Federspannung, mögen die folgenden Zahlen hier angegeben werden, die erhalten wurden mit der Meßfeder Nr. 2 vor einem der Hauptversuche im November 1913:

Datum 1913	Federeinstellungen		entsprech. Auflagekräfte des Pendels		$\operatorname{tg}\varphi = \frac{P_0 - P_1}{n_1 - n_0}$
	n_0	n_1	P_0	P_1	
30. 9.	10	30	140,60	17,80	6,140
1. 10.	10	30	141,30	18,25	6,153
7. 10.	10	30	142,60	19,60	6,150
10. 10.	10	30	140,50	17,60	6,145
11. 10.	10	30	142,00	19,00	6,150
18. 10.	10	30	141,50	18,95	6,128
25. 10.	10	30	142,30	19,65	6,133

Bei Einführung der Größe $C = \operatorname{tg}\varphi$, die im folgenden als Federkonstante bezeichnet wird, ist der Wert der Auflagekraft und damit die Größe M_0 für jede beliebige Federstellung n in leicht ersichtlicher Weise zu bestimmen. Die Federstellung, bei der das Pendel bei ruhender Unterlage gerade von derselben abgehoben wird, ist im folgenden mit n_0 bezeichnet. Dies ist der Skalenwert, der dem Durchschnittspunkt der Geraden in Figur 5 mit der Abszissenachse entspricht. Die bei der Messung verwendeten Meßfedern hatten in abgerundeten Zahlen die folgenden Konstanten:

$$\begin{aligned} C_1 &= 6{,}1 — 6{,}2 \\ C_2 &= 6{,}1 — 6{,}2 \\ C_3 &= 7{,}5 \\ C_4 &= 15{,}8 — 16{,}0. \end{aligned}$$

Vor jeder Messung sind diese Werte natürlich noch genau bestimmt worden.

§ 3. Prüfung der Formel $b = \frac{g}{M} M_0$.

Zwei Punkte sind bei jeder Messung einer maximalen Beschleunigung zu suchen: erstens die Federstellung, bei der das Pendel bei ruhender Unterlage vom Amboß abgehoben wird, die Nullage n_0, und zweitens der Wert n, bei dem das Abheben bei bewegter Unterlage stattfindet. Die Differenz der beiden Werte $n_0 - n = \Delta n$ gibt die Federverstellung aus der Ruhelage, und es ist $\Delta n\, C = M_0$ zu setzen.

Solange die Federspannung einen zu kleinen Wert besitzt, liegt das Pendel dauernd auf seiner Unterlage auf. Wird nun die Feder langsam gespannt, so kommt man an den Punkt, der mit n bezeichnet wurde; auch jetzt noch wird der ganze Strom für die ganze Dauer einer Schwingungsperiode der Bodenteilchen hindurch durch den Hauptkreis gehen, und das Telephon oder Galvanometer im Nebenschluß wird nichts anzeigen (siehe Schaltungsskizze Seite 11). Sowie nun die Federspannung F noch größer gemacht wird, liegt das Pendel weder dauernd auf seiner Unterlage auf, noch ist es dauernd von derselben abgehoben, und der unterbrochene Gleichstrom wird vom Telephon oder Galvanometer angezeigt. Bei weiterer Vergrößerung von F kommt man an den Punkt, bei dem das Pendel während einer Schwingungsperiode nur noch einmal seine Unterlage berührt, sonst aber dauernd abgehoben ist. Der Wert der Federeinstellung, der diesem Punkte entspricht, ist derselbe wie der oben mit n_0 bezeichnete[1]).

---

[1]) Daß dies in der Tat der Fall ist, zeigt eine Versuchsreihe, die in folgender Weise erhalten wurde: Es stand der Pendelapparat auf einem Tisch, und die Erschütterungen wurden erzeugt durch einen von einem Element betriebenen Hammerunterbrecher, der in wechselnden Entfernungen vom Pendelapparat aufgestellt war.

Diese beiden Federstellungen: n und n_0, sind bei jeder Messung zu ermitteln. Führt man den Ausdruck

$$n_0 - n = \Delta n$$

ein, so ist nach dem Seite 20 gesagten unsere frühere mit M_0 bezeichnete Größe gleichzusetzen:

$$M_0 = \Delta n \, C,$$

wo C die „Federkonstante" bedeutet. Dies in die Hauptgleichung

$$b = \frac{g}{M} M_0$$

eingesetzt, ergibt:

$$b = \frac{g}{M} C \, \Delta n.$$

Die mitgeteilten Zahlen sind gefunden worden durch Aufsuchen der mit n_0 bezeichneten Stelle, wenn der Unterbrecher an seinem jeweiligen Orte in Tätigkeit war und außer Tätigkeit gesetzt wurde.

Werte von n_0:		Bemerkungen:
a	30,226	a, b, c, d, e: Der Unterbrecher in
a_1	30,226	Tätigkeit und in immer näheren
b	30,241	Entfernungen vom Pendelapparat.
b_1	30,240	a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 erhalten, wenn der
c	30,245	Unterbrecher in seiner jeweiligen
c_1	30,240	Stellung außer Betrieb gesetzt
d	30,240	wurde.
d_1	30,239	
e	30,240	
e_1	30,239	

Etwas größere Abweichungen ergaben sich bei sehr großen Erschütterungsquellen, wie bei Sauggasmotoren und Dampfturbinen. Wo es also möglich war, den Motor abzustellen, wurde dies getan, und bei ruhendem Boden die Nullage ermittelt. So wurde bei allen in dieser Arbeit in Frage kommenden Messungen verfahren.

Die Prüfung der Richtigkeit dieser Relation in ihrer Abhängigkeit vom ersten Faktor $\frac{g}{M}$ erfolgte in der Weise, daß bei ein und derselben Erschütterungsquelle, deren Konstanz vorher durch besondere Versuche festgestellt war (indem an derselben Stelle des Bodens bei demselben Pendel die Unveränderlichkeit der Federeinstellung n_0—n geprüft wurde), und bei derselben Meßfeder, also demselben C, die Werte von Δn gesucht wurden bei Anwendung der verschiedenen Pendelmassen. Wenn unsere Gleichung richtig ist, dann muß sich stets derselbe Wert des Produktes $\frac{g}{M} \Delta n$ ergeben. Als Erschütterungsquelle diente ein durch eine Batterie getriebener Elektromotor, der auf einer auf einem isolierten Pfeiler eingelassenen Granitplatte aufgestellt war, und der belastet ging. Es ergaben sich die folgenden Werte:

1. Eisenmasse. — Feder Nr. 3, C = 7,537.

n	27,91	27,91	27,90		27,88	27,86	27,87
			Mittel: 27,89 ± 0,005.				
n_0	30,138	30,137	30,137	30,142	30,137		
			Mittel: 30,138 ± 0,001.				

$\Delta n = n_0 - n = 30{,}14 - 27{,}89 = 2{,}25$; $g/M \cdot \Delta n = 4{,}586 \cdot 2{,}25 = 10{,}31\ (8) \pm 0{,}02$

2. Pendelmasse aus Aluminium. — Feder Nr. 3.

n	13,82	13,82	13,815	13,820	13,82	13,82	13,82
			Mittel: 13,820 ± 0,005.				
n_0	14,852	14,853	14,850	14,851	14,851	14,851	14,851
			Mittel: 14,851 ± 0,001.				

$\Delta n = 1{,}031$; $g/M \cdot \Delta n = 10{,}0195 \cdot 1{,}031 = 10{,}32\ (2) \pm 0{,}05$

3. Pendelmasse aus Kammasse.

n	9,385	9,395	9,390	9,390	9,388	9,393	9,390
			Mittel: 9,390 ± 0,001.				
n_0		10,032	10,032	10,032	10,031	10,032	10,032
			Mittel: 10,032.				

$\Delta n = 0{,}642$; $g/M \cdot \Delta n = 16{,}079 \cdot 0{,}642 = 10{,}32\ (3) \pm 0{,}01$

Die verschiedenen Werte des Produktes $\frac{g}{M} \Delta n$ weichen also bei diesen Versuchen um weniger als $1\,^0/_{00}$ von einander ab. Es zeigt sich demnach, daß eine Abhängigkeit der Formel von den verschiedenen Massen, also auch von der Schwingungsdauer des Pendels, nicht vorhanden ist.

Um die Richtigkeit der Formel in ihrer Abhängigkeit von der Auflagekraft P_0 oder auch von C zu prüfen, sind bei demselben Pendel, aber bei verschiedenen Federn die Werte von Δn bestimmt worden. Nach unserer Formel muß dabei das Produkt $C \Delta n$ stets denselben Wert behalten.

Feder Nr. 1. C = 6,239. — Eisenmasse g/M = 4,586.

n	28,030	28,035	28,035	28,035	28,035	28,036	28,040
			Mittel: 28,035 $\pm$ 0,001.				
n_0	30,746	30,748	30,750	30,743	30,744	30,744	—
			Mittel: 30,746.				

$\Delta n = 2{,}711$; $\Delta n\, C_1 = 2{,}711 \cdot 6{,}239 = 16{,}91_4 \pm 0{,}006$

Feder Nr. 3[1]). C = 7,537. — Eisenmasse.

n	27,91	27,91	27,90	27,90	27,88	27,86	27,87
			Mittel: 27,89 $\pm$ 0,005				
n_0	20,138	30,137	30,137	30,142	30,137		
			Mittel: 30,138.				

$\Delta n = 2{,}25$; $\Delta n\, C_3 = 2{,}25 \cdot 7{,}537 = 17{,}95_8 \pm 0{,}04$

Feder Nr. 4. C = 15,95. — Eisenmasse.

n	13,64	13,63	13,635	13,63	13,63	13,635	13,635
			Mittel: 13,634 $\pm$ 0,005.				
n_0		14,692	14,695	14,692	14,692		
			Mittel: 14,693.				

$\Delta n = 1{,}059$; $\Delta n\, C_4 = 1{,}059 \cdot 15{,}95 = 16{,}89 \pm 0{,}08$

[1]) Es ist dieselbe Messungsreihe wie die auf S. 23 unter 1 angegebene; am Motor war alles unverändert geblieben und, es durfte daher angenommen werden, daß diese Beobachtungsreihe auch jetzt noch ihre Gültigkeit habe.

Es zeigt sich also auch hier eine Uebereinstimmung bis auf etwas weniger als 1 ‰. Faßt man alles zusammen, so folgt daraus, daß die Formel

$$b = \frac{g}{M} M_0 \qquad (12)$$

die Verhältnisse richtig wiedergibt.

Die Genauigkeit der Messungen.

Was die Genauigkeit der Messungen anbelangt, so ist folgendes zu bemerken. Setzt man in der Gleichung

$$b = \frac{g}{M} C \Delta n$$

$\frac{g}{M} C = c$, so folgt aus $b = c \Delta n$ durch Differentiation

$$\frac{db}{b} = \frac{dc}{c} + \frac{d\Delta n}{\Delta n}. \qquad 15)$$

Der Fehler, der bei einer Messung begangen werden kann, besteht demnach aus zwei Teilen, $\frac{dc}{c}$, wofür man 0,001 setzen darf, und aus $\frac{d\Delta n}{\Delta n}$. Δn kann bis auf 0,001 — 0,005 mm genau bestimmt werden; damit das Δn selbst hinreichend groß ausfällt, wird man natürlich je nach der Größe der zu messenden Beschleunigung die Pendelmasse und die Stärke der Meßfedern entsprechend wählen. Auf diese Weise konnten die Werte von Beschleunigungen von 5 cm sec^{-2} an aufwärts bis auf mindestens 1 % genau ermittelt werden. Bei den bei meinen Versuchen seltener vorkommenden Beschleunigungen von unter 5 cm sec^{-2} betrug der Fehler bis zu 2 %.

§ 4. Die Abnahme der maximalen Beschleunigung mit der Entfernung von der Erschütterungsquelle.

Das Problem der Fortpflanzung elastischer Wellen in einem homogenen Medium war schon mehrfach Gegenstand eingehender theoretischer Untersuchungen. Besonders in den letzten Jahren sind manche beachtenswerte Fortschritte auf diesem Gebiete gemacht worden. Diese Untersuchungen sind von großer Bedeutung, nicht nur für die Physik, sondern auch für die Erdbebenkunde. Hier soll ein experimenteller Beitrag zu diesen Studien geliefert werden, und zwar soll die Abnahme der maximalen Beschleunigung mit der Entfernung von der Erschütterungsquelle untersucht werden.

Bei den zu besprechenden Versuchen war auf einer möglichst gleichförmigen Grundplatte eine Erschütterungsquelle in Form eines Elektromotors oder eines Sauggasmotors aufgestellt. Die Erschütterungen pflanzen sich durch das Medium durch fort, und es ist an möglichst vielen Punkten der näheren und weiteren Umgebung des Motors die Größe der Beschleunigungen der Bodenteilchen festzustellen. Da diese Beschleunigungen bei den verwendeten Erregungsquellen periodische Funktionen der Zeit sind, so kommt es lediglich auf ihre maximalen Werte an. Wie nehmen diese maximalen Werte mit der Entfernung von der Erschütterungsquelle ab? Mit dem Grunmachschen Pendelapparat sind unmittelbar die Werte der maximalen Beschleunigungen der Bodenteilchen zu ermitteln. Für den Fall sinusförmiger Bodenbewegung kann man alsdann leicht zu den Verrückungskomponenten selbst übergehen, indem man die mit dem Apparat bestimmten Werte durch ω^2 dividiert, wo ω die Frequenz der Wellen in 2π Sekunden bedeutet.

Die Beobachtungen wurden vorgenommen auf einer größeren Granitplatte, auf einem Fußboden aus Zement und einem solchen aus Steinholz[1]) im Maschinenlaboratorium

[1]) Steinholz oder Xylolith besteht aus gemahlenem Holz mit

unserer Hochschule und endlich auf größeren Tischplatten aus Holz. Die Granitplatte war durch eine Zementschicht fest mit einem von der übrigen Umgebung gut isolierten Pfeiler verbunden. Ihre Dicke ließ sich nicht mehr genau ermitteln. Der Zementboden war die eine Endfläche eines großen, von dem ganzen Gebäude völlig isolierten Pfeilers aus Ziegelsteinen; die Zementschicht selbst hatte nur eine geringe Dicke (3 cm). Im Maschinenlaboratorium hatte die Steinholzschicht eine Stärke von ca. 3 cm. Die übrigen Dimensionen hatten die folgenden Werte:

a) Granitplatte: Länge 1,5 m; Breite 1,0 m;
b) Zementboden: Länge 2,4 m; Breite 1,7 m;
c) der Boden aus Steinholz hatte nach jeder Richtung eine Ausdehnung von mehr als 5 m.

Jede Versuchsreihe ist bei wechselnder Tourenzahl des Motors in dessen Achsenrichtung, sowie senkrecht dazu wiederholt worden. Vor einer jeden solchen Reihe ist der konstante Gang des Motors noch besonders kontrolliert worden. Jede einzelne Messung wurde 3—4 mal wiederholt.

A. Messungen auf einer ebenen Granitplatte.

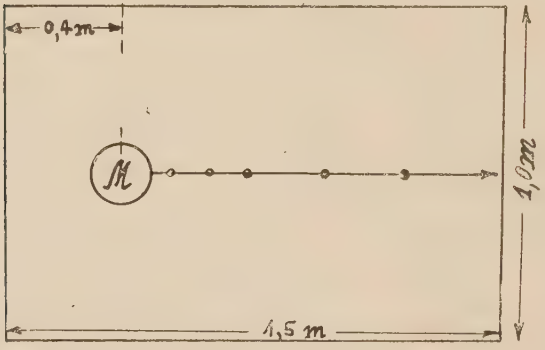
Als Erschütterungsquellen bei diesen Versuchen dienten ausschließlich Elektromotoren; die Stärke derselben lag zwischen $^1/_{10}$ PS. und $^1/_4$ PS. und die Masse des größten Motors betrug 30 kg. Um einen gleichmäßigen Gang zu erzielen, liefen die Motoren stets belastet. Die jeweilige Tourenzahl findet sich am Kopfe jeder Meßreihe unter N; desgleichen findet man daselbst die Werte von n_0, die Größe der Federkonstanten C und den Wert der Konstanten $\frac{g}{M}$ des Pendels. Die untenstehende Skizze soll die vorgenommenen Messungen

---

Magnesiakitt (gebrannte Magnesia mit 30proz. Magnesiumchloridlösung) als Bindemittel und einem Zusatz von Asbest.

schematisch erläutern. M bezeichnet die Lage des Motors und die von M ausgehende Gerade die Linie, auf deren einzelnen Punkten die drei Komponenten der maximalen Beschleunigung gemessen wurden. Das Rechteck soll den Umriß der Platte darstellen.

Fig. 6.



Die jeweilige Lage des Beobachtungsortes ist hier ebenso wie in der späteren Figur 8 durch die eingetragenen kleinen Kreise angedeutet.

Es möge nur die erste der mitzuteilenden Tabellen die einzeln beobachteten Werte von n enthalten. In allen folgenden Tabellen soll der unter n angegebene Wert schon das Mittel der einzelnen Beobachtungen bedeuten; die Anzahl dieser Beobachtungen gibt die neben der Angabe der Entfernung von der Erschütterungsquelle in Klammern gesetzte Zahl an; endlich soll bei den Werten von n noch angeführt werden, wie weit bei der betreffenden Versuchsreihe die Einzelbeobachtungen von dem entsprechenden Mittelwert im Mittel abweichen. Die Entfernung von der Erschütterungsquelle werde mit d bezeichnet (in cm angegeben) und die Beschleunigung (in cm sec^{-2}) mit b.

a$_1$) Vertikale Beschleunigungen.

n_0 = 31,220. g/M = 4,586. C = 6,162. N = 1400/min.

d	n	Mittelwert von n	Δn	b
	31,090			
20	31,091	31,090	0,130	3,67
	31,090			
	31,122			
30	31,122	31,122	0,098	2,77
	31,122			
	31,150			
40	31,150	31,150	0,070	1,98
	31,150			
	31,170			
60	31,170	31,170	0,050	1,41
	31,170			
	31,165			
80	31,170	31,170	0,050	1,41
	31,175			
	31,175			
100	31,165	31,168	0,052	1,47
	31,165			

b$_1$) Horizontale Beschleunigungen.

n_0 = 31,220. g/M = 4,586. C_1 = 6,162. N = 1800/min.

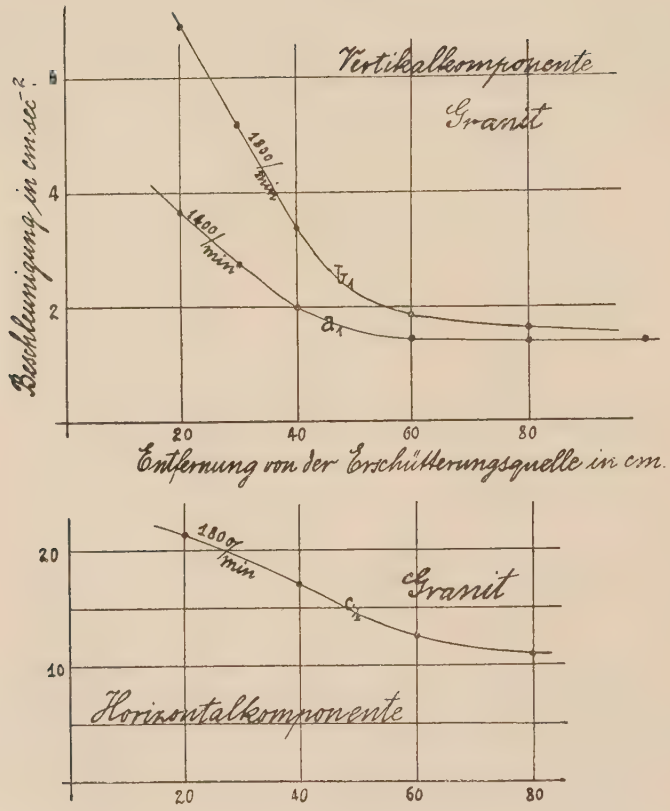
d	n	Δn	b
20 (3)	30,970 ± 0,001	0,250	7,06
30 (3)	31,033 ± 0,000	0,187	5,28
40 (3)	31,101 ± 0,001	0,119	3,36
60 (3)	31,155 ± 0,001	0,065	1,84
80 (3)	31,163 ± 0,001	0,057	1,61

c$_1$) Horizontale Beschleunigungen.

n_0 = 25,000. g/M = 4,586. C_3 = 7,537. N = 1800/min.

d	n	Δn	b
20 (4)	24,365 ± 0,003	0,635	21,98
40 (4)	24,488 ± 0,002	0,512	17,70
60 (4)	24,631 ± 0,002	0,369	12,72
80 (4)	24,675 ± 0,002	0,325	11,23

Fig. 7.



Die in der Figur 7 mit a_1, b_1, c_1 bezeichneten Kurven geben die in diesen Beobachtungsreihen gefundenen Resultate wieder. Die Kurve c_1 hat augenscheinlich eine andere Gestalt als die Kurven a_1 und b_1. Da sich später noch öfter diese Erscheinung finden wird, so sei hier der Grund für das verschiedene Aussehen der Linien angegeben. Es möge in der umstehenden Figur 8 M die Lage des Motors bedeuten. Wenn dann die Werte der maximalen Beschleunigung auf den mit 1, 1′ bezeichneten Geraden, kurz auf Geraden, die durch die mit M be-

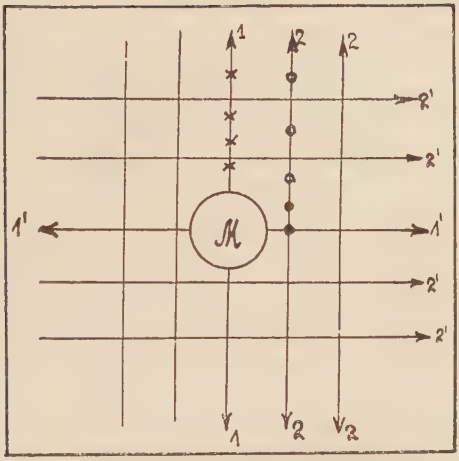


Fig. 8.

zeichnete Stelle gehen, gemessen wurden, so wurden Kurven der Gestalt a_1 und b_1 in der Figur 7 erhalten. Wurden dagegen die Messungen auf Geraden 2, 2′, kurz auf Geraden, die nicht durch M gehen, vorgenommen, so erhielt man Kurven der Form c_1. Uebrigens wurde auch auf den mit 1 bezeichneten Linien ein ähnliches Verhalten gefunden wie bei den mit 2 bezeichneten, wenn man nur mit dem Pendelapparat nahe genug an die Erschütterungsquelle heranging.

B. Messungen auf einem Zementboden.

Ganz ähnlich wie bei Granit verhalten sich die elastischen Wellen, die längs der Oberfläche eines ausgedehnten Zementbodens fortschreiten. Es seien auch hier nur drei Meßreihen wiedergegeben. Die angegebenen Werte beziehen sich durchweg auf die Vertikalkomponente der Beschleunigung.

a_1) $n_0 = 31{,}365$. $g/M = 4{,}586$. $C = 6{,}162$. $N = 1600/\text{min}$.

d	n	Δn	b
30 (3)	31,334 ± 0,001	0,031	0,88
40 (3)	31,340 ± 0,001	0,025	0,76
50 (3)	31,345 ± 0,001	0,020	0,57
60 (3)	31,348 ± 0,001	0,017	0,48
80 (3)	31,351 ± 0,001	0,014	0,40
100 (3)	31,352 ± 0,001	0,013	0,37

b_1) $n_0 = 31{,}365$. $g/M = 4{,}586$. $C = 6{,}162$. $N = 1600/\text{min}$.

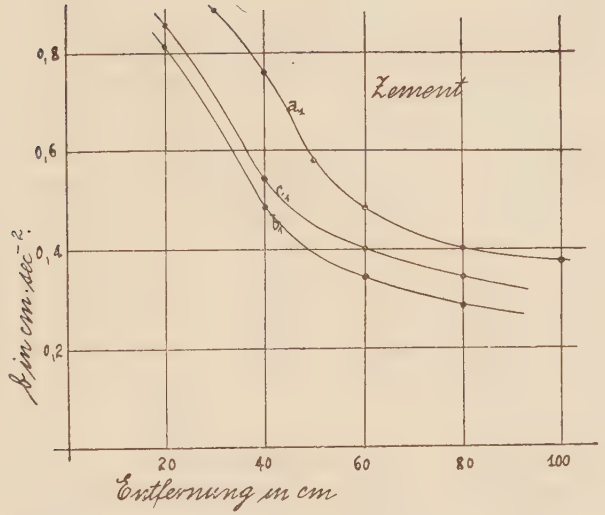
d	n	Δn	b
20 (3)	31,336 ± 0,001	0,029	0,82
40 (3)	31,348 ± 0,001	0,017	0,48
60 (3)	31,353 ± 0,001	0,012	0,34
80 (3)	31,355 ± 0,001	0,010	0,28
100 (3)	31,356 ± 0,001	0,009	0,25

c_1) $n_0 = 31{,}365$. $g/M = 4{,}586$. $C = 6{,}162$. $N = 1600/\text{min}$.

d	n	Δn	b
20 (3)	31,335 ± 0,001	0,030	0,85
40 (3)	31,346 ± 0,001	0,019	0,54
60 (3)	31,351 ± 0,001	0,014	0,40
80 (3)	31,353 ± 0,001	0,012	0,34

Die Kurven a_1, b_1, c_1 der Figur 9 geben diese Resultate graphisch wieder. Man sieht, daß für die Abnahme der Wellenamplitude mit der Entfernung stets dieselbe Kurvenform erhalten wird.

Fig. 9.



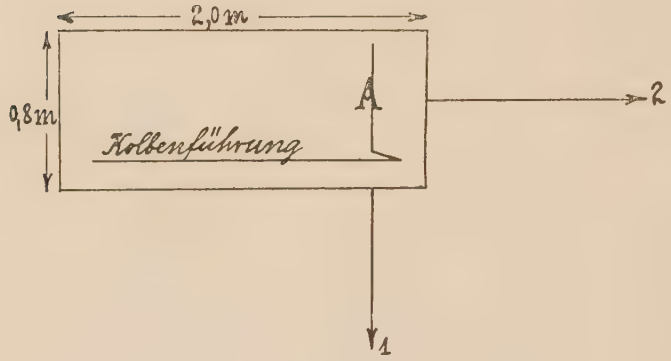
Abnahme der maximalen Beschleunigung mit der Entfernung von der Erschütterungsquelle auf einem Zementboden.

C) Messungen auf einem Boden aus Steinholz.

Ganz andere Resultate ergaben sich indessen bei Untersuchungen auf einem weit ausgedehnten, bis zu den Wänden des Saales reichenden Boden aus Steinholz im Maschinenlaboratorium unserer Hochschule. Die Erschütterungen wurden hier hervorgerufen durch einen großen 6-pferdigen Sauggasmotor. Der Motor ging nicht so regelmäßig wie die verwendeten Elektromotoren. Wenn indessen die Federspannung stets auf die größten Stöße der Erschütterungsquelle eingestellt wurde, so ergaben sich an einem und demselben Orte völlig konstante Werte für die Beschleunigung. Diese so gefundenen Werte können also miteinander verglichen werden und sind in die folgenden Tabellen aufgenommen. Die Messungen wurden durchgeführt für alle drei Komponenten der Beschleunigung

längs einer Geraden in der Hubrichtung des Kolbens und in einer dazu senkrechten. Die untenstehende Skizze möge den Gang der Messungen näher erläutern. Das Rechteck zeigt die äußere Gestalt des Sockels des Motors. Die Messungen wurden vorgenommen längs der Geraden 1 und 2, von denen 1 in der Verlängerung der Achse A des Schwungrades liegt, während 2 parallel zur Kolbenführung gezogen ist. Die eingetragenen Werte geben die Dimensionen des Sockels an.

Fig. 10.



1. Messungen in Richtung senkrecht zur Kolbenführung.

a_1) Vertikale Beschleunigungen.

$n_0 = 14{,}941$. $g/M = 4{,}586$. $C = 15{,}87$. $N = 250—260/\text{min}$.

Entfernung vom Kolben in m	n	Δn	b in cm sec^{-2}
0,80 (4)	13,12 $\pm$0,06	1,32	96,1
1,30 (3)	13,325 $\pm$0,02	1,11$_5$	81,2
1,80 (3)	13,79 $\pm$0,002	0,65	47,3
2,30 (3)	13,76 $\pm$0,005	0,68	49,5
2,80 (3)	13,792 $\pm$0,004	0,65	47,3

b_1) Horizontale Beschleunigungen.

$n_0 = 10{,}00$. $g/M = 4{,}586$. $C = 15{,}87$. $N = 250/\text{min}$.

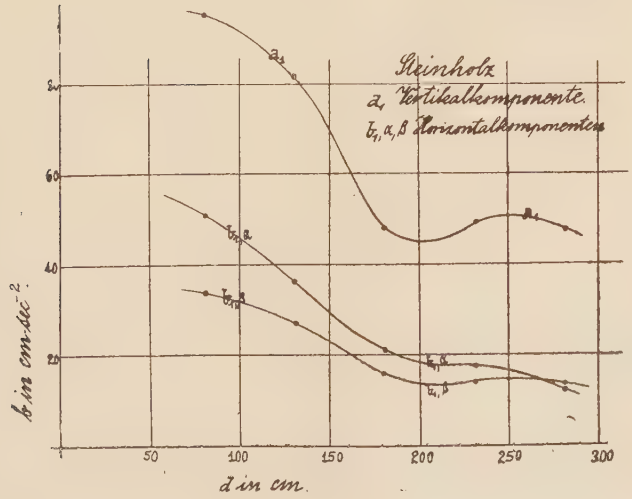
α) Komponente parallel zur Hubrichtung.

Entfernung vom Kolben in m	n		Δn	b in cm sec^{-2}
0,80 (4)	9,30	±0,025	0,70	50,9
1,30 (4)	9,50	±0,03	0,50	36,4
1,80 (4)	9,72	±0,005	0,28	20,4
2,30 (4)	9,76	±0,007	0,24	17,5
2,80 (4)	9,83	±0,003	0,17	12,4

β) Komponente senkrecht zur Hubrichtung.

Entfernung vom Kolben in m	n		Δn	b in cm sec^{-2}
0,80 (4)	9,54	±0,007	0,46	33,5
1,30 (4)	9,63	±0,000	0,37	26,9
1,80 (4)	9,72	±0,005	0,28	20,4
2,30 (4)	9,73	±0,005	0,27	19,7
2,80 (4)	9,81	±0.003	0,19	13,8

Fig. 11.



Die Kurven a_1 und b_1, α, β in Figur 11 geben die Resultate wieder. Man sieht, daß die Vertikalkomponente eine jede der Horizontalkomponenten um das 2—4fache übertrifft. Aus den einzelnen Kurvenformen ist zu schließen, daß hier eine Art stehendes Wellensystem vorliegt, als ob die von der Maschine ausgehenden Wellen irgendwo reflektiert worden wären und die reflektierten sich mit den nichtreflektierten superponiert hätten.

Es mögen hier die Werte folgen, die erhalten wurden, wenn auf einer Geraden parallel zur Kolbenführung, längs der in der obigen schematischen Figur 10 mit 2 bezeichneten Geraden, die Messungen vorgenommen wurden.

2. Messungen parallel zur Kolbenführung.

a_1) Vertikale Beschleunigungen.

$n_0 = 14{,}941$. $g/M = 4{,}586$. $C = 15{,}87$. $N = 250—260$/min.

Entfernung von der Achse des Schwungrades in m	n	Δn	b
1,30 (3)	14,128 ± 0,002	0,81	59,0
1,50 (3)	14,174 ± 0,001	0,766	55,8
1,70 (3)	14,128 ± 0,002	0,812	59,1
1,90 (3)	13,986 ± 0,002	0,954	69,4
2,10 (3)	13,985 ± 0,006	0,955	69,5
2,30 (3)	14,056 ± 0,001	0,884	64,3

b_1) Horizontale Beschleunigungen.

α) Komponente senkrecht zur Führung.

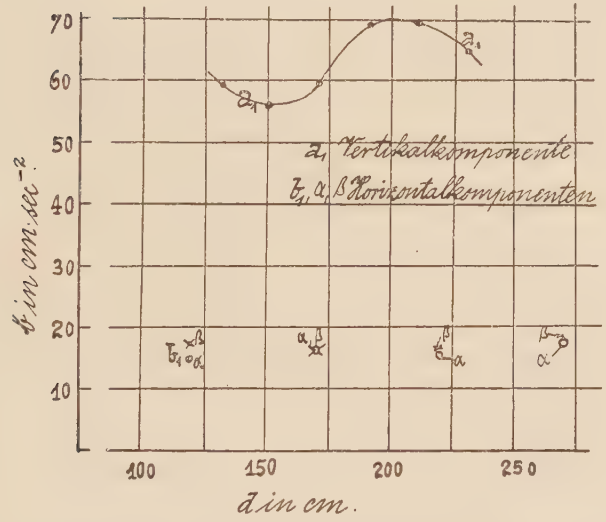
$n_0 = 20{,}084$. $g/M = 4{,}586$. $C = 7{,}505$. $N = 250—260$/min.

Entfernung von der Achse des Schwungrades in m	n	Δn	b
1,20 (3)	19,65 ± 0,003	0,43	14,8
1,70 (3)	19,60 ± 0,006	0,48	16,5
2,20 (3)	19,63 ± 0,006	0,45	15,5
2,70 (3)	19,57 ± 0,003	0,51	17,6

β) Komponente parallel zur Führung.

Entfernung von der Achse des Schwungrades in m	n	Δn	b
1,20 (3)	19,57 ± 0,01	0,51	17,6
1,70 (3)	19,59 ± 0,003	0,49	16,8
2,20 (3)	19,61 ± 0,006	0,47	16,2
2,70 (3)	19,55 ± 0,006	0,53	18,2

Fig. 12.

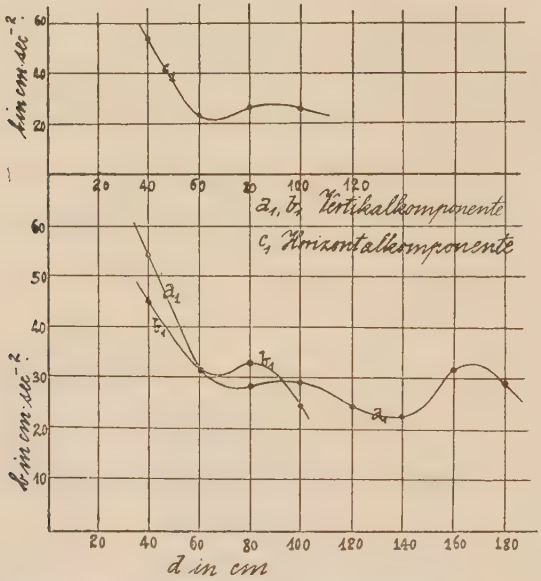


Die Kurve der Figur 12 gibt die Meßreihe a_1 wieder. Von den horizontalen Beschleunigungen der Meßreihe b_1 sind lediglich die einzelnen Punkte in diese Figur eingetragen. Sie sollen nur einen Einblick in das Größenverhältnis der Vertikalkomponente zu den Horizontalkomponenten geben. Speziell die Punkte der letzten Versuchsreihe unter b_1 β sollen zeigen, daß hier überall eine Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Wellen vorhanden ist, denn die Richtung der Geraden, längs welcher die jeweiligen Werte der Beschleunigungen gesucht wurden, fiel in dem letzten Fall mit der Richtung der Fort-

pflanzung der elastischen Wellen zusammen, wenn man dieselbe als durch das Fermatsche Prinzip der schnellsten Ankunft gegeben ansieht[1]).

Die Figur 13 soll die Resultate einiger anderer Messungen wiedergeben, die auf größeren hölzernen Tischplatten ausgeführt wurden.

Fig. 13.



Messungen auf großen hölzernen Tischplatten.
Vertikale und horizontale Beschleunigungen.

Diskussion der erhaltenen Resultate.

Was zunächst die Größe der gemessenen Beschleunigungen anbelangt, so zeigt sich, daß fast überall da, wo die Vertikal-

[1]) Man wird wohl bei der geringen Breite des Sockels des Motors (vgl. Fig. 10, S. 34) annehmen dürfen, daß die Linie 2 übereinstimmt mit der Fortpflanzungsrichtung, während dies wohl kaum der Fall sein wird mit der Geraden 1.

komponente mit den Horizontalkomponenten verglichen werden darf, die erstere das 2—4fache der letzteren beträgt. Auch aus den später mitzuteilenden Versuchen, bei denen stets alle drei Komponenten ermittelt wurden, ergibt sich bis auf wenige Ausnahmen überall dasselbe.

Bei der Betrachtung der Gestalt der Kurven ist zu bedenken, daß die Erregungsquelle keine punktförmige ist. Wäre dies letztere der Fall, so müßte unter den in der klassischen Elastizitätstheorie gemachten Einschränkungen[1]) jede Störung sich auflösen in einzelne Wellenzüge, die mit bestimmten Geschwindigkeiten fortschreiten, und die zu einem solchen Wellenzug gehörigen Deformationsgrößen müßten sich als Integrale der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c^2 \cdot \Delta^2 \varphi$$

darstellen lassen in der Form $\varphi = \frac{1}{r}[f(r-ct) + g(r+ct)]$ (für Kugelwellen), d. h. der Wert der maximalen Beschleunigung müßte mit der Entfernung von der Erregungsquelle abnehmen wie die Funktion $\frac{1}{r}$. In der unmittelbaren Nähe der Erschütterungsquelle wird man indessen wegen deren endlicher Ausdehnung einen wesentlich anderen Verlauf haben für die Abnahme der maximalen Beschleunigung mit der Entfernung vom Erregungszentrum. Dies zeigen auch sämtliche erhaltenen Kurven. Erst in größerer Entfernung haben wir einen raschen Abfall der Werte der maximalen Beschleunigung, und es kann dieser Abfall sogar größer werden, als es der Funktion $\frac{1}{r}$ gemäß sein sollte (besonders deutlich zeigt dies die Kurve b_1 der Figur 7). Ein ganz anderes Aussehen als die Kurven der Figuren 7 und

---

[1]) Vgl. v. Helmholtz: Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. II, § 54, p. 219—223 und § 57, p. 235—238.

9 haben diejenigen der Figuren 11 und 12. Es geht aus ihnen hervor, daß für gewisse Bereiche der Entfernung von der Erschütterungsquelle der Wert der Wellenamplitude gleichgesetzt werden kann einem Ausdruck von der Form

$$m + R\left(e^{-nr} \right)^{1)}$$

wo n einen positiven Wert besitzt im Falle der Kurven der Figuren 7 und 9 und einen komplexen im Falle der Kurven der Figuren 11 und 12. Aus einem Vergleich der Kurven a_1 und b_1 der Figur 7 ergibt sich auch, daß die Wellenamplitude für Wellen der Schwingungszahl 1800/min stärker abnimmt mit der Entfernung von der Erschütterungsquelle als für solche der Schwingungszahl 1400/min. Es treten demnach in einem elastischen Medium bei der Bewegung gegenüber den Vorgängen des Gleichgewichts ganz neue Erscheinungen auf, welche die Vorgänge im Innern des Mediums beeinflussen.

§ 5. Einfluß der Periode der Bodenschwingungen auf die Abnahme der maximalen Beschleunigung mit der Entfernung von der Erregungsquelle.

Um zu untersuchen, ob ganz allgemein in den untersuchten Fällen die Abnahme der Wellenamplitude abhängig ist von der Schwingungszahl, wurden in 4 verschiedenen Fällen die Messungen wiederholt und zwar für drei Schwingungszahlen, die jeweils um rund 200—300/min von einander differierten. Diese Messungen wurden ausgeführt 1. auf der zu den vorherigen Untersuchungen verwendeten Granitplatte, 2. auf einem weit ausgedehnten Zementboden, und 3. und 4. auf zwei weiteren großen Fußböden. Der Unterbau zu diesen letzteren bestand aus Ziegelsteinen, über welche sich eine dünne Zementschicht ausbreitete; dieselbe war bei dem einen Boden mit Zementfliesen belegt, bei dem andern mit Linoleum beklebt. Die Messungen wurden stets vorgenommen auf ein und derselben

---

[1]) $R(e^{-nr})$ bedeutet: reeller Teil von e^{-nr}.

Geraden, die durch die jeweilige Lage des Motors gezogen war (siehe Figur 14). Es wurden immer alle drei Komponenten der Beschleunigung gemessen, die Vertikalkomponente und die beiden Horizontalkomponenten parallel zur Fortpflanzungsrichtung und senkrecht dazu (die Richtung der Geraden kann als die Fortpflanzungsrichtung der Wellen angesehen werden nach dem Fermatschen Prinzip). Der Motor blieb bei all diesen Messungen auf demselben Platze stehen. Ein jeder Wert wurde 5mal bestimmt.

Fig. 14.

Messungen auf einer Granitplatte.

A. Tourenzahl 880/min.[1])

α) Vertikale Beschleunigungen.

$n_0 = 30{,}510.$ $g/M = 4{,}586.$ $C = 6{,}195.$

d	n	Δn	b
30 (5)	28,41 ± 0,008	2,10	59,7
40 (5)	28,75 ± 0,006	1,76	50,0
50 (5)	29,05 ± 0,002	1,46	41,5
70 (5)	29,27 ± 0,008	1,24	35,2
90 (5)	29,29 ± 0,004	1,22	34,7

[1]) Um eine Veränderung der Figuren Seite 52 zu vermeiden, mußten die drei Messungsreihen unter A, B, C untereinander umgestellt werden; ordnet man den Tourenzahlen nach, so hätte die jetzt unter C stehende Reihe an die erste Stelle zu kommen.

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 17{,}674$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	17,351 ± 0,000	0,323	9,17
40 (5)	17,409 ± 0,001	0,265	7,53
50 (5)	17,460 ± 0,001	0,214	6,08
70 (5)	17,479 ± 0,001	0,195	5,54
90 (5)	17,481 ± 0,000	0,193	5,48

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 17{,}674$. g/M = 4,586. C = 6,105.

d	n	Δn	b
40 (5)	17,444 ± 0,001	0,230	6,53
50 (5)	17,500 ± 0,001	0,174	4,94
70 (5)	17,528 ± 0,001	0,146	4,15
90 (5)	17,532 ± 0,001	0,142	4,03

B. Tourenzahl 1080/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}587$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	28,209 ± 0,001	2,378	67,6
40 (5)	28,598 ± 0,002	1,989	56,5
50 (5)	28,970 ± 0,000	1,617	45,9
70 (5)	29,272 ± 0,000	1,315	37,4
90 (5)	29,274 ± 0,000	1,313	37,3

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 17{,}715$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	17,415 ± 0,000	0,300	8,52
40 (5)	17,519 ± 0,001	0,196	5,57
50 (5)	17,541 ± 0,001	0,174	4,94
70 (5)	17,550 ± 0,000	0,165	4,69
90 (5)	17,554 ± 0,000	0,161	4,57

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 17{,}715$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	17,335 ± 0,000	0,380	10,8
40 (5)	17,403 ± 0,001	0,312	8,86
50 (5)	17,462 ± 0,001	0,253	7,19
70 (5)	17,478 ± 0,001	0,237	6,73
90 (5)	17,481 ± 0,001	0,234	6,65

C. Tourenzahl 660/min.

α) Vertikalkomponente.

$n_0 = 30{,}587$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	29,21 ± 0,000	1,38	39,2
40 (5)	29,45 ± 0,004	1,14	32,4
50 (5)	29,59 ± 0,004	1,00	28,4
70 (5)	29,60 ± 0,004	0,99	28,1
90 (5)	29,61 ± 0,004	0,98	27,8

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 20{,}283$. g/M = 4,586 C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	20,038 ± 0,001	0,245	6,95
40 (5)	20,068 ± 0,000	0,215	6,11
50 (5)	20,095 ± 0,001	0,188	5,34
70 (5)	20,109 ± 0,001	0,174	4,94
90 (5)	20,114 ± 0,001	0,169	4,80

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

d	n	Δn	b
30 (5)	20,014 ± 0,000	0,269	7,64
40 (5)	20,040 ± 0,001	0,243	6,90
50 (5)	20,071 ± 0,000	0,212	6,02
70 (5)	20,094 ± 0,000	0,189	5,37
90 (5)	20,094 ± 0,000	0,189	5,37

Messungen auf einem Boden aus Zementfliesen.

A. Tourenzahl 600/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}620$. $g/M = 4{,}586$. $C = 6{,}195$.

d	n	Δn	b
30 (5)	30,303 ± 0,000	0,317	9,01
40 (5)	30,365 ± 0,000	0,255	7,25
50 (5)	30,416 ± 0,001	0,204	5,80
70 (5)	30,448 ± 0,000	0,172	4,89
90 (5)	30,461 ± 0,000	0,159	4,52

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 19{,}880$. $g/M = 4{,}586$. $C = 6{,}195$.

d	n	Δn	b
30 (5)	19,604 ± 0,001	0,276	7,84
40 (5)	19,658 ± 0,000	0,222	6,31
50 (5)	19,700 ± 0,001	0,180	5,11
70 (5)	19,715 ± 0,001	0,165	4,69
90 (5)	19,733 ± 0,001	0,147	4,18

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 19{,}880$. $g/M = 4{,}586$. $C = 6{,}195$.

d	n	Δn	b
30 (5)	19,511 ± 0,001	0,369	10,48
40 (5)	19,558 ± 0,000	0,322	9,15
50 (5)	19,606 ± 0,000	0,274	7,78
70 (5)	19,670 ± 0,000	0,210	5,97
90 (5)	19,687 ± 0,000	0,193	5,48

B. Tourenzahl 900/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}620$. $g/M = 4{,}586$. $C = 6{,}195$.

d	n	Δn	b
30 (5)	30,050 ± 0,000	0,570	16,19
40 (5)	30,254 ± 0,001	0,366	10,40
50 (5)	30,304 ± 0,001	0,316	8,98
70 (5)	30,334 ± 0,001	0,286	8,13
90 (5)	30,355 ± 0,001	0,265	7,53

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 20{,}261$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	19,912 ± 0,002	0,349	9,92
40 (5)	19,968 ± 0,001	0,293	8,32
50 (5)	19,993 ± 0,001	0,268	7,61
70 (5)	20,020 ± 0,001	0,241	6,85
90 (5)	20,036 ± 0,001	0,225	6,39

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 20{,}261$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	19,980 ± 0,001	0,281	7,96
40 (5)	20,072 ± 0,001	0,189	5,37
50 (5)	20,113 ± 0,001	0,148	4,21
70 (5)	20,150 ± 0,000	0,111	3,15
90 (5)	20,180 ± 0,000	0,081	2,30

C. Tourenzahl 1060/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}650$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	30,001 ± 0,000	0,649	18,44
40 (5)	30,045 ± 0,000	0,505	14,35
50 (5)	30,235 ± 0,001	0,415	11,79
70 (5)	30,331 ± 0,000	0,319	9,06
90 (5)	30,366 ± 0,000	0,284	8,07

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 20{,}261$. g/M = 4,586. C = 6,195.

d	n	Δn	b
30 (5)	19,857 ± 0,001	0,404	11,48
40 (5)	19,992 ± 0,001	0,269	7,64
50 (5)	20,051 ± 0,001	0,210	5,97
70 (5)	20,096 ± 0,002	0,165	4,69
90 (5)	20,101 ± 0,001	0,160	4,55

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 20{,}261.$ $g/M = 4{,}586.$ $C = 6.195.$

d	n	Δn	b
30 (5)	19,908 ± 0,002	0,353	10,03
40 (5)	20,039 ± 0,001	0,222	6,31
50 (5)	20,073 ± 0,001	0,188	5,34
70 (5)	20,089 ± 0,000	0,172	4,89
90 (5)	20,093 ± 0,000	0,168	4,77

Messungen auf einem Zementboden.

A. Tourenzahl 600/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}685.$ $g/M = 4{,}586.$ $C = 7{,}590.$

d	n	Δn	b
30 (5)	30,495 ± 0,000	0,190	6,61
40 (5)	30,530 ± 0,000	0,155	5,40
50 (5)	30,547 ± 0,000	0,138	4,80
70 (5)	30,563 ± 0,001	0,122	4,25
90 (5)	30,578 ± 0,001	0,107	3,72

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}425.$ $g/M = 4{,}586.$ $C = 7{,}590.$

d	n	Δn	b
30 (5)	24,218 ± 0,001	0,207	7,21
40 (5)	24,270 ± 0,000	0,155	5,40
50 (5)	24,310 ± 0,000	0,115	4,00
70 (5)	24,342 ± 0,000	0,083	2,89
90 (5)	24,352 ± 0,000	0,073	2,54

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}425.$ $g/M = 4{,}586.$ $C = 7{,}590.$

d	n	Δn	b
30 (5)	24,170 ± 0,000	0,255	8,88
40 (5)	24,271 ± 0,000	0,154	5,36
50 (5)	24,306 ± 0,000	0,119	4,14
70 (5)	24,335 ± 0,000	0,090	3,13
90 (5)	24,350 ± 0,000	0,075	2,60

B. Tourenzahl 880/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}685$. $g/M = 4{,}586$. $C = 7{,}590$.

d	n	Δn	b
30 (5)	30,359 ± 0,001	0,326	11,35
40 (5)	30,418 ± 0,000	0,267	9,29
50 (5)	30,476 ± 0,001	0,209	7,28
70 (5)	30,534 ± 0,001	0,151	5,26
90 (5)	30,556 ± 0,000	0,129	4,49

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}425$. $g/M = 4{,}586$. $C = 7{,}590$.

d	n	Δn	b
30 (5)	23,881 ± 0,002	0,544	18,9
40 (5)	24,120 ± 0,000	0,305	10,6
50 (5)	24,242 ± 0,000	0,183	6,37
70 (5)	24,351 ± 0,000	0,074	2,58
90 (5)	24,377 ± 0,001	0,048	1,67

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}425$. $g/M = 4{,}586$. $C = 7{,}590$.

d	n	Δn	b
30 (5)	23,501 ± 0,001	0,924	32,2
40 (5)	24,002 ± 0,001	0,423	14,7
50 (5)	24,234 ± 0,000	0,191	6,74
70 (5)	24,320 ± 0,000	0,105	3,66
90 (5)	24,349 ± 0,000	0,076	2,65

C. Tourenzahl 1300/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}685$. $g/M = 4{,}586$. $C = 7{,}590$.

d	n	Δn	b
30 (5)	30,091 ± 0,000	0,594	20,7
40 (5)	30,244 ± 0,000	0,441	15,4
50 (5)	30,331 ± 0,001	0,354	12,3
70 (5)	30,421 ± 0,000	0,264	9,19
90 (5)	30,460 ± 0,000	0,225	7,83

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}425$. g/M = 4,586. C = 7,590.

d	n	Δn	b
30 (5)	24,220 ± 0,000	0,205	7,14
40 (5)	24,297 ± 0,001	0,128	4,46
50 (5)	24,341 ± 0,000	0,084	2,92
70 (5)	24,372 ± 0,000	0,053	1,85
90 (5)	24,395 ± 0,000	0,030	1,04

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

d	n	Δn	b
30 (5)	24,213 ± 0,001	0,212	7,38
40 (5)	24,280 ± 0,000	0,145	5,05
50 (5)	24,314 ± 0,001	0,111	3,87
70 (5)	24,336 ± 0,000	0,089	3,10
90 (5)	24,355 ± 0,000	0,070	2,44

Messungen auf einem Zementboden, der mit Linoleum belegt ist[1]).

A. Tourenzahl 600/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}614$. g/M = 4,586. C = 7,590.

d	n	Δn	b
30 (5)	30,107 ± 0,000	0,507	17,65
40 (5)	30,198 ± 0,000	0,416	14,48
50 (5)	30,257 ± 0,000	0,357	12,43
70 (5)	30,303 ± 0,001	0,311	10,83
90 (5)	30,332 ± 0,001	0,282	9,82

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}434$. g/M = 4,586. C = 7,590.

d	n	Δn	b
30 (5)	24,118 ± 0,000	0,316	11,00
40 (5)	24,219 ± 0,000	0,215	7,48
50 (5)	24,280 ± 0,001	0,154	5,37
70 (5)	24,319 ± 0,001	0,115	4,00
90 (5)	24,333 ± 0,001	0,101	3,52

[1]) Der Linoleum war vollkommen glatt, ohne irgend welche Falten, auf die Zementschicht geklebt.

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}434$. g/M = 4,586 C = 7,590.

d	n	Δn	b
30 (5)	24,074 ± 0,000	0,360	12,53
40 (5)	24,183 ± 0,001	0,251	8,74
50 (5)	24,251 ± 0,000	0,183	6,37
70 (5)	24,310 ± 0,000	0,124	4,32
90 (5)	24,331 ± 0,001	0,103	3,59

B. Tourenzahl 880/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}614$. g/M = 4,586. C = 7,590.

d	n	Δn	b
30 (5)	29,831 ± 0,001	0,783	27,25
40 (5)	30,030 ± 0,000	0,584	20,33
50 (5)	30,179 ± 0,002	0,435	15,14
70 (5)	30,311 ± 0,001	0,303	10,55
90 (5)	30,373 ± 0,000	0,241	8,39

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}434$. g/M = 4,586. C = 7,590.

d	n	Δn	b
30 (5)	23,918 ± 0,001	0,516	17,96
40 (5)	24,040 ± 0,000	0,394	13,71
50 (5)	24,168 ± 0,001	0,266	9,26
70 (5)	24,246 ± 0,000	0,188	6,54
90 (5)	24,251 ± 0,000	0,183	6,37

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

d	n	Δn	b
30 (5)	24,026 ± 0,000	0,408	14,20
40 (5)	24,121 ± 0,001	0,313	10,89
50 (5)	24,151 ± 0,001	0,283	9,85
70 (5)	24,178 ± 0,001	0,256	8,91
90 (5)	24,204 ± 0,001	0,230	8,01

C. Tourenzahl 1300/min.

α) Vertikalkomponente der Beschleunigung.

$n_0 = 30{,}614$. $g/M = 4{,}586$. $C = 7{,}590$.

d	n	Δn	b
30 (5)	29,249 ± 0,001	1,365	47,51
40 (5)	29,768 ± 0,001	0,846	29,45
50 (5)	30,044 ± 0,000	0,570	19,84
70 (5)	30,245 ± 0,000	0,369	12,84
90 (5)	30,322 ± 0,000	0,292	10,16

β) Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

$n_0 = 24{,}434$. $g/M = 4{,}586$, $C = 7{,}590$.

d	n	Δn	b
30 (5)	24,118 ± 0,000	0,316	11,00
40 (5)	24,160 ± 0,000	0,274	9,54
50 (5)	24,177 ± 0,000	0,257	8,95
70 (5)	24,195 ± 0,001	0,239	8,31
90 (5)	24,206 ± 0,001	0,228	7,94

γ) Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung.

d	n	Δn	b
30 (5)	23,992 ± 0,001	0,442	15,38
40 (5)	24,072 ± 0,002	0,362	12,60
50 (5)	24,143 ± 0,001	0,291	10,13
70 (5)	24,218 ± 0,001	0,216	7,52
90 (5)	24,232 ± 0,001	0,202	7,03

In den Figuren 15—18 (Seite 52—55) sind diese Resultate graphisch wiedergegeben. Die erhaltenen Kurven zeigen sämtlich, daß in jedem der untersuchten vier Fälle tatsächlich eine Abhängigkeit der Absorption von der Wellenlänge besteht. Besonders deutlich tritt dies dort zutage, wo zwei entsprechende Kurven für zwei verschiedene Wellenlängen sich schneiden. Es kann diese Abhängigkeit der Absorption von der Wellenlänge zwei Gründe haben: erstens kann das Medium als solches sich den elastischen Wellen verschiedener Periode gegenüber anders verhalten, und zweitens können

die Reflexionen an den Grenzflächen für verschiedene Schwingungszahlen der Wellen verschieden ausfallen. Die erste Auffassung ergibt sich auch aus einem Ansatz von A. E. H. Love[1]). Wie er zuerst gezeigt hat, hängt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen in einem homogenen und isotropen Medium „in zweiter Annäherung ab vom Ort (Reaktion der Materie auf die Wellen) und von der Wellenlänge"[2]). Aus der ersten der beiden oben erwähnten Auffassungen würde das tatsächliche Vorhandensein einer Reaktion der Materie auf die Wellen folgen, die verschieden ausfällt für die verschiedenen Wellenlängen, und daraus würde sich nach Love eine Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Wellenlänge ergeben. Es kann aber zweitens die verschiedene Dämpfung der einzelnen Wellenzüge davon herrühren, daß die an den unteren Grenzflächen reflektierten Beträge der gemessenen Energie verschieden groß ausfällt für die einzelnen Wellenlängen; dann würde aber daraus eine Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen von der Schwingungszahl folgen, denn der Betrag der reflektierten Energie hängt außer vom Einfallswinkel der Wellen, der hier für die verschiedenen Wellen derselbe bleibt (da ja lediglich die Tourenzahl des Motors sich änderte, sonst aber alles unverändert blieb), nur noch von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit V ab. Eine solche Abhängigkeit von V von der Wellenlänge konnte aber Love aus seinen Gleichungen folgern. Es darf daher als berechtigt erscheinen, in den mitgeteilten Versuchen eine experimentelle Bestätigung rein qualitativer Art von Loves Theorie zu sehen.

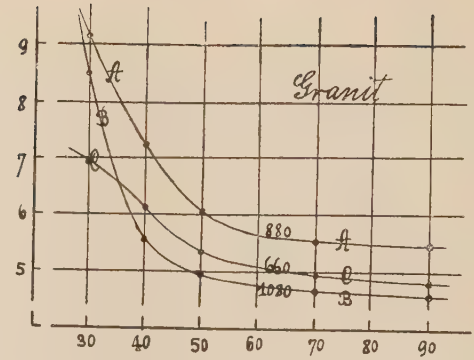
---

[1]) Siehe A. E. H. Love: „Some problems of geodynamics", Cambridge 1911, pg. 149 (Gleichungssystem 1, 2, 3, 4). — Siehe auch A. E. H. Love: „The gravitational stability of the Earth", Phil. Trans. R. Soc. London, A, vol. 207 (1907), pg. 171.

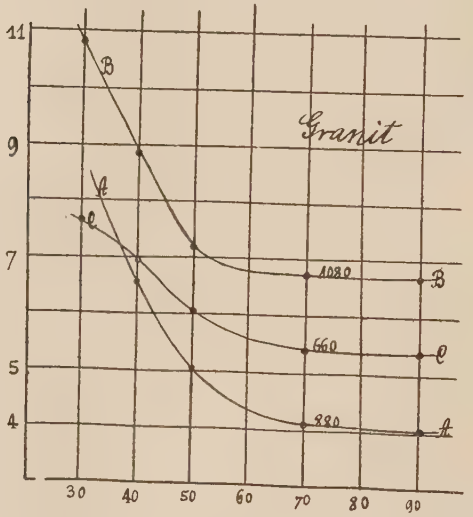
[2]) Siehe Love: „Problems . . ." pg. 152, Gleichung 11):

$$2\rho_0 V_0 \delta V_0 = -\frac{g\rho_0 a}{f^2 a^2}\left(4 - \frac{g\rho_0 a}{\lambda+\mu}\cdot\frac{r^2-x^2}{a^2}\right)$$

a
Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung[1])



b
Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung



c
Vertikalkomponente

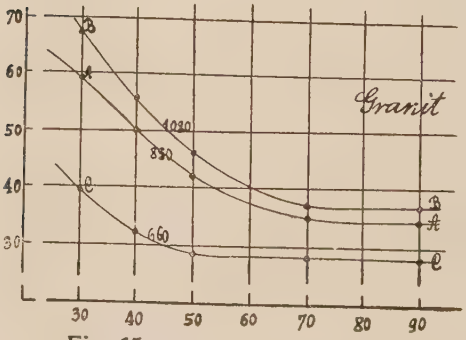
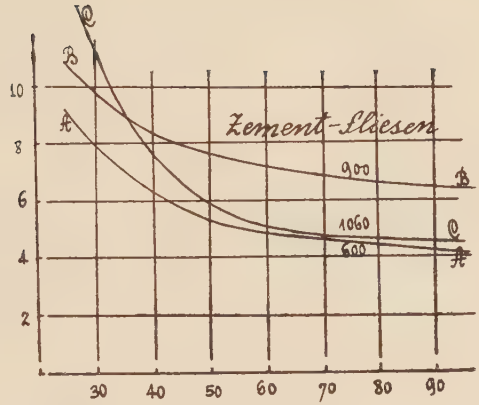


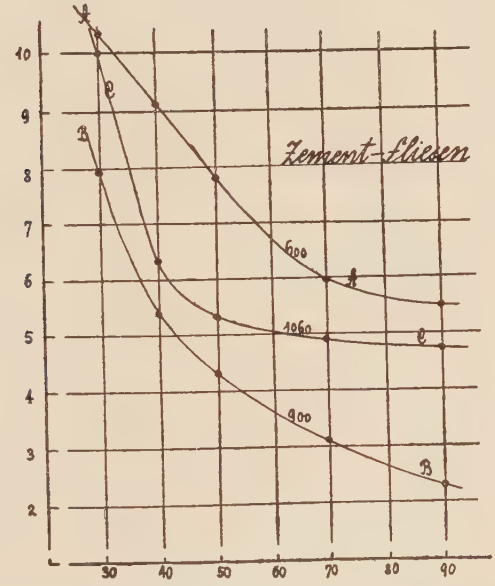
Fig. 15.

[1]) Es bedeuten in dieser und den folgenden Figuren die Abszissen die Entfernungen vom Motor in cm, die Ordinaten die maximalen Beschleunigungen in cm sec^{-2}.

a
Horizontalkomponente
senkrecht zur Fort-
pflanzungsrichtung



b
Horizontalkomponente
parallel zur Fort-
pflanzungsrichtung



c
Vertikalkomponente

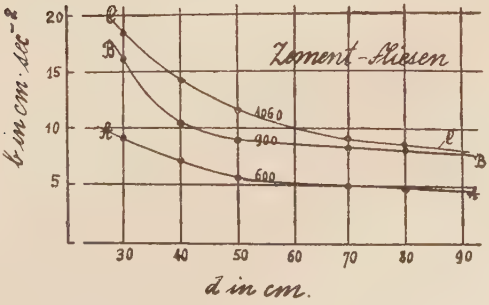
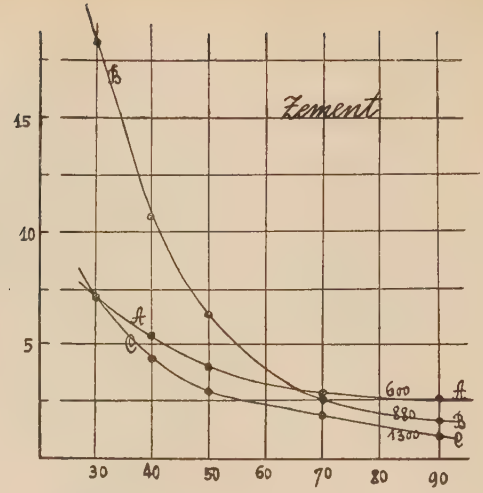
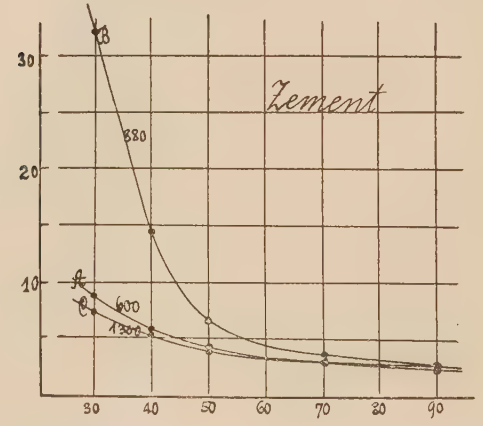


Fig. 16.

a
Horizontalkomponente
senkrecht zur Fort-
pflanzungsrichtung



b
Horizontalkomponente
parallel zur Fort-
pflanzungsrichtung



c
Vertikalkomponente

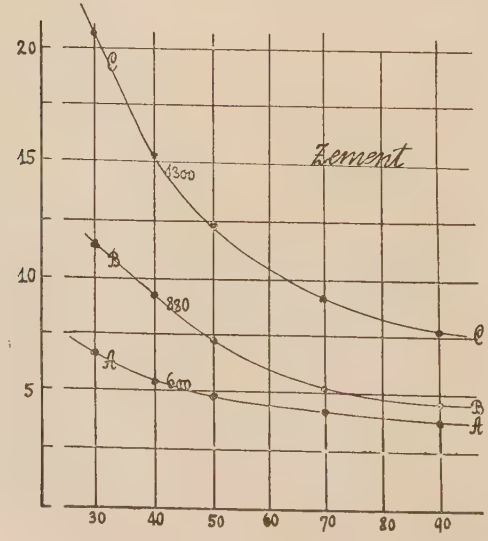
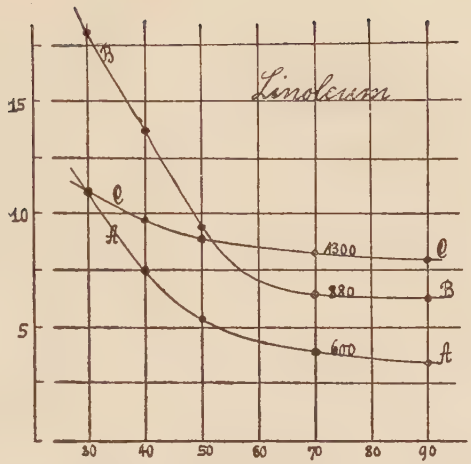
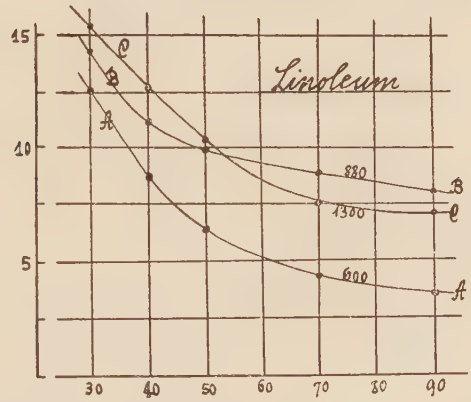


Fig. 17.

a
Horizontalkomponente senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung



b
Horizontalkomponente parallel zur Fortpflanzungsrichtung



c
Vertikalkomponente

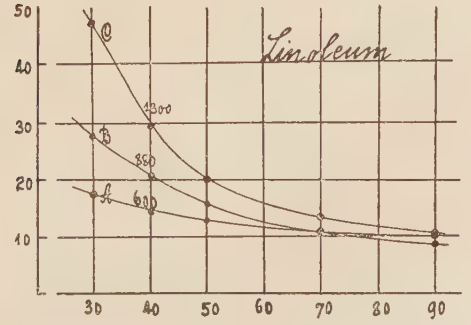


Fig. 18

§ 6. Versuche über das Verhalten der maximalen Beschleunigung an der Grenzfläche zweier Medien.

Es ist bereits hervorgehoben worden, daß Love aus seinen Grundgleichungen auf eine verschiedene Brechung von Wellen ungleicher Wellenlänge an der Grenzfläche zweier Medien schließen konnte, daß also eine Art Dispersion vorhanden sei. Schon längere Zeit vor den Arbeiten von Love ist von M. P. Rudzki[1]) aus Beobachtungen von Milne[2]), Bertelli[3]), Fouqué und Lévy[4]) auf ein solches Verhalten der elastischen Wellen geschlossen worden. Es zeigte sich bei einer Reihe von Erdbebendiagrammen, daß stets die Wellen kleiner Periode denen größerer Periode voraneilen[5]). Weitere als die eben an-

---

[1]) M. P. Rudzki: „Ueber ein der optischen Dispersion analoges Problem." Gerlands Beiträge zur Geophysik 1900, Bd. 4, Heft 1, pg. 47—58.

[2]) Report of the sixty-fifth Meeting of the British Association for the Advancement of Science, held at Ipswich 1895, London 1895; Investigation of the Earthquake and Volcanic Phenomena of Japan. 14. Report of the Committee IV, p. 158—163.

[3]) E. Rudolph: „Ueber submarine Erdbeben." Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. III, 1897.

[4]) Mémoires présentés à l'Académie des Sciences de l'Institut National le France, Tome XXX, Nr. 2, Mission d'Andalousie, pg. 57—77.

[5]) Die Wellen kleiner Periode, die rascher den Beobachtungsort erreichen als die großer Periode, sind vor allem in den Vorläufern gefunden worden. Zu vergleichen hierüber wäre auch C. G. Knott: „The physics of earthquake phenomena", Oxford 1908, pg. 145. Knott nimmt daselbst an, daß die Geschwindigkeit der Longitudinalwellen von der Wellenlänge abhängt, obgleich eine solche Abhängigkeit nicht in der „klassischen" Elastizitätstheorie enthalten ist. Er glaubt aus den Erdbebendiagrammen schließen zu können, daß im zweiten Vorläufer Longitudinalwellen großer Wellenlänge vermischt mit Transversalwellen vorkommen. Das ganze Beobachtungsmaterial hierüber erscheint noch recht dürftig, sagt doch auch B. Galitzin auf dem 5. Mathematikerkongreß in Cambridge noch im Jahre 1912: „. . . Both facts (die eine davon ist die „seismische Dispersion") seem to stand in agreement with the results of direct observations, although the question had not been studied out thou-

geführten Beobachtungen über diesen Gegenstand sind in der Literatur nicht gefunden worden, insbesondere hat anscheinend noch niemand eine empirische Dispersionskurve für irgend ein Medium aufgestellt.

Es wurde nun versucht, ob sich mit dem einfachen Pendelapparat von Professor G r u n m a c h nicht ein gangbarer Weg zur genauen quantitativen Erforschung dieser Dinge finden ließe.

Da die Bewegungen eines Massenteilchens in einem homogenen elastischen Medium der allgemeinen Wellengleichung $\Delta^2\varphi = a^2 \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}$ genügen, so kann hier das Huygenssche Prinzip genau ebenso benutzt werden zur Ableitung von gewissen Sätzen, wie dies in der Akustik und Optik geschieht. Wenn also in zwei homogenen Medien die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten elastischer Wellen verschieden sind, so muß, wenn man die Medien in einer Ebene aneinandergrenzen läßt, eine Brechung der Wellen an dieser Ebene eintreten gemäß dem Huygensschen Prinzip. Wie verhalten sich nun aber die einzelnen Komponenten der Beschleunigung an der Grenzfläche? Wenn man als schon erwiesen annimmt, daß Stetigkeit der zur Grenzfläche parallelen Komponenten der Beschleunigung vorhanden ist, so kann man aus der Größe der einzelnen Komponenten der Beschleunigung an der Trennungsfläche und aus dem Einfallswinkel der Wellen leicht die Größe der Brechung der Wellen an der Grenzfläche bestimmen (Parallelogramm der Beschleunigungen, siehe die Fig. 19 (S. 58). Dabei ist zu beachten, daß wenn unter a_e die der Grenzfläche parallele Komponente der einfallenden Welle verstanden wird, und analog unter a_r, a_d die der Grenzfläche parallelen Komponenten der reflektierten

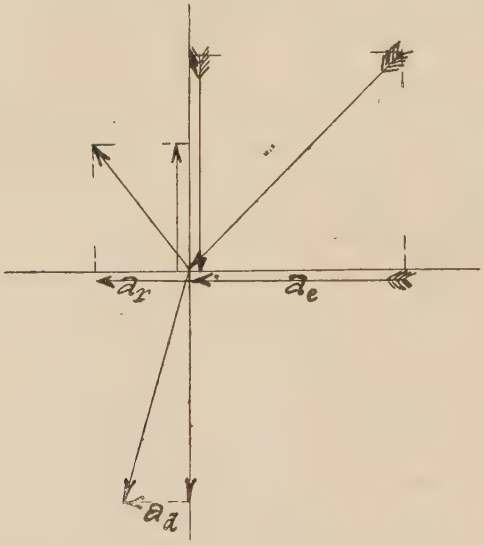
---

roughly as yet for lack of sufficient trustworthy and reliable data and on account of the novelty of the problem itself." (Aus einem Vortrag über „The principles of instrumental seismology", abgedruckt in den Comptes rendus des séances de la commission sismique permanente, Tome 5, Livraison III, St. Petersburg 1913, p. 329—357.)

bzw. gebrochenen Welle, unter Stetigkeit der Parallelkomponenten verstanden ist, daß an der Grenzfläche sein soll

$$a_e + a_r = a_d$$

Fig. 19.

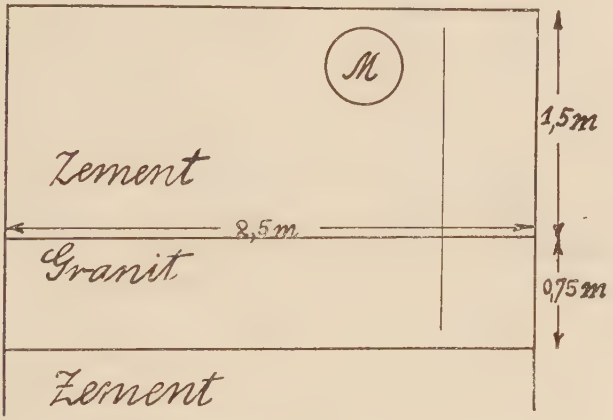


Es ist also unter der Parallelkomponente im ersten Medium die Summe aus den entsprechenden Werten der einfallenden und reflektiertenWelle zu verstehen. Die Summe dieser beiden Werte wird aber gerade angezeigt vom Pendelapparat, so wie es gewünscht und gebraucht wird. Daß nun in der Tat Stetigkeit der Parallelkomponenten der Beschleunigung vorhanden ist, folgt aus den unten mitzuteilenden Beobachtungen.

Die Versuche wurden ausgeführt an einer Grenzfläche aus Zement und Granit. Die Stoßfuge, längs welcher die beiden Medien aneinandergrenzten, bestand aus einer Zementfüllung (2 Teile sehr feiner Kies und 1 Teil Zement). Die umstehende Figur 20 gibt eine schematische Darstellung der bei den vorgenommenen Messun-

gen stattgehabten näheren Bedingungen. Die eingetragenen Werte geben die Dimensionen an. M bedeutet die Lage des Motors und die eingetragene Gerade bezeichnet die Linie, längs deren die Messungen ausgeführt wurden. Es wurde längs dieser Geraden senkrecht zur Grenzfläche in den einzelnen

Fig. 20.



Punkten des ersten Mediums bis in unmittelbare Nähe der Fläche die Größe der drei Komponenten festgestellt und aus diesen Beobachtungen der Wert an der Grenze selbst zu extrapolieren gesucht. Dasselbe ist zu machen für die Punkte der Geraden, die im zweiten Medium liegen, und nun werden die erhaltenen Werte an der Grenze miteinander verglichen. Da indessen die Grundplatte des Apparates zu große Dimensionen hatte (20×30 qcm), als daß man hätte nahe genug an die Grenzfläche herangehen können und daher über ein zu weites Gebiet hätte extrapoliert werden müssen, so ließen sich keine genauen quantitativen Messungen ausführen. Bei den mir zu Gebote stehenden Mitteln war es leider nicht möglich, solche Versuchsbedingungen zu schaffen, die ein eingehendes Studium dieser für die Theorie so außerordentlich wichtigen und anscheinend noch von niemand gelösten Frage erfordert hätte. Ich mußte mich daher darauf beschränken, zu untersuchen,

wie sich die einzelnen Komponenten der Beschleunigung an der Grenzfläche verhalten, ob die Parallelkomponenten (in unserem Falle die Vertikalkomponente und die eine Horizontalkomponente) Stetigkeit zeigen; und ob die zur Grenzfläche senkrechte Horizontalkomponente daselbst unstetig verläuft. Mehr konnte nicht erreicht werden. Da aus dem angeführten Grunde die Versuche rein qualitativer Art waren, so wurden die Beobachtungen nicht zu sehr gehäuft. Es wurde jeder Wert nur drei bis viermal bestimmt, dafür aber diese Bestimmungen zeitlich ziemlich weit auseinander verlegt. In den folgenden Tabellen finden sich immer zuerst die Messungen auf der Zementfläche, auf der der Motor stand, und dann diejenigen auf Granit. d bedeutet jeweils den Abstand des Pendelapparates von der Trennungsfläche in cm. An erster Stelle seien die Resultate für die beiden Komponenten parallel der Trennungsfläche angeführt und an zweiter die für die Komponente senkrecht dazu.

A. Komponenten parallel der Unstetigkeitsfläche.

1. Vertikalkomponente.

α) $n_0 = 30{,}603$. g/M = 4,586. C = 7,505. Schwing.-Zahl N = 1600/min.

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	27,02 ± 0,01	3,58	123,2
30 (3)	27,94 ± 0,00	2,66	91,6
20 (3)	28,77 ± 0,003	1,83	63,0
10 (3)	29,19 ± 0,01	1,41	48,5

Granit

d	n	Δn	b
10 (3)	29,774 ± 0,002	0,829	28,5
20 (3)	30,011 ± 0,001	0,592	20,4
30 (3)	30,081 ± 0,001	0,522	18,0
40 (3)	30,117 ± 0,000	0,486	16,7

Siehe Kurve α, Fig. 21, S. 62.

β) $n_0 = 30{,}603$. g/M = 4,586. C = 7,505. N = 1260/min.

Zement

d	n	Δn	b
50 (3)	28,05 ± 0,000	2,55	87,8
40 (3)	28,71 ± 0,000	1,89	65,1
30 (3)	29,035 ± 0,002	1,57	54,0
20 (3)	29,347 ± 0,002	1,256	43,2
10 (3)	29,640 ± 0,000	0,963	33,1

Granit

d	n	Δn	b
10 (3)	29,960 ± 0,03	0,643	22,1
20 (3)	30,070 ± 0,000	0,533	18,3
30 (3)	30,111 ± 0,002	0,492	16,9
40 (3)	30,115 ± 0,000	0,478	16,4

Siehe Kurve β, Fig. 21, S. 62.

γ) $n_0 = 30{,}603$. g/M = 4,586. C = 7,505. N = 1840/min.

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	25,33 ± 0,02	5,27	181,4
30 (3)	26,86 ± 0,01	3,74	128,7
20 (3)	28,00 ± 0,000	2,60	89,5
10 (3)	28,51 ± 0,00	2,09	71,9

Granit

d	n	Δn	b
10 (3)	29,41 ± 0,003	1,15	39,6
20 (3)	29,64 ± 0,000	0,92	31,7
30 (3)	29,83 ± 0,003	0,73	25,1
40 (3)	29,92 ± 0,000	0,64	22,0
50 (3)	30,00 ± 0,000	0,56	19,8

Siehe Kurve γ, Fig. 21, S. 62.

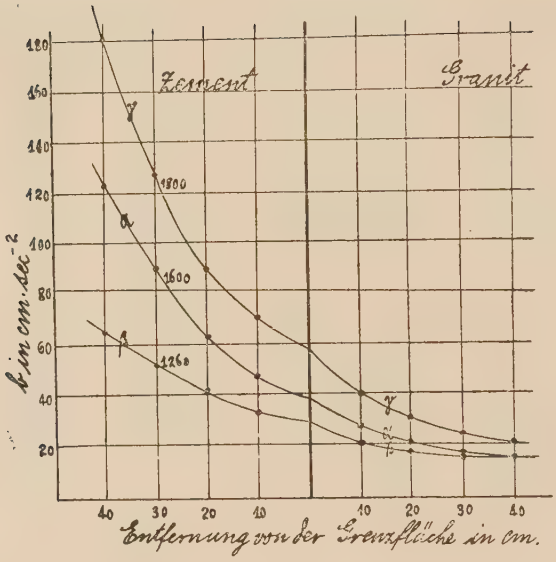


Fig. 21.

Verhalten von elastischen Wellen an der Grenzfläche zweier Medien. Vertikale Beschleunigungskomponente parallel zur Grenzfläche.

2. Horizontalkomponente.

α) $n_0 = 20{,}508$. $g/M = 4{,}586$. $C = 7{,}505$. $N = 2000—2050$/min.

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	18,74 ± 0,02	1,77	60,9
30 (3)	19,31 ± 0,01	1,20	41,3
20 (3)	19,77 ± 0,02	0,74	25,5
10 (3)	20,15 ± 0,00	0,358	12,3

Granit

d	n	Δn	b
10 (3)	20,357 ± 0,004	0,151	5,20
20 (3)	20,396 ± 0,002	0,112	3,85
30 (3)	20,410 ± 0,003	0,098	3,37
40 (3)	20,418 ± 0,002	0,090	3,10

β) $n_0 = 20{,}215$. g/M = 4,586.. C = 7,505. N = 2000/min.

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	19,03 ± 0,01	1,18	40,6
30 (3)	19,22 ± 0,003	1,00	34,4
20 (3)	19,49 ± 0,000	0,73	25,1
10 (3)	19,71 ± 0,006	0,51	17,6

Granit

d	n	Δn	b
10 (3)	19,90 ± 0,008	0,32	11,0
20 (3)	20,03 ± 0,000	0,19	6,54
30 (3)	20,06 ± 0,008	0,16	5,51

γ) $n_0 = 21{,}225$. g/M = 4,586. C = 6,185. N = 2400/min.

Zement

d	n	Δn	b
30 (3)	19,02 ± 0,01	2,21	62,7
20 (3)	19,65 ± 0,00	1,58	44,8
10 (3)	20,33 ± 0,01	0,90	25,5

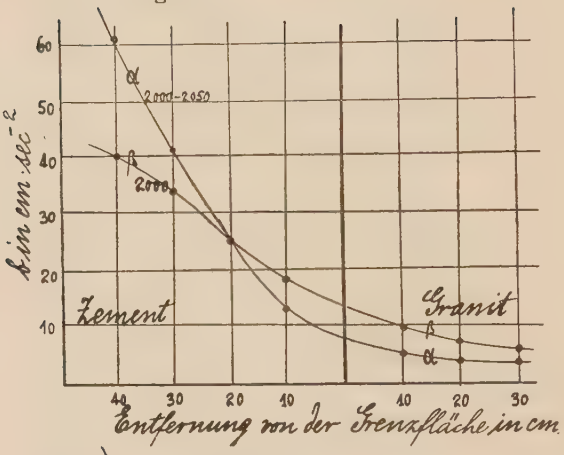
Granit

d	n	Δn	b
10 (3)	20,91 ± 0,008	0,32	9,08
20 (3)	20,98 ± 0,008	0,25	7,09
30 (3)	21,01 ± 0,008	0,21	5,96

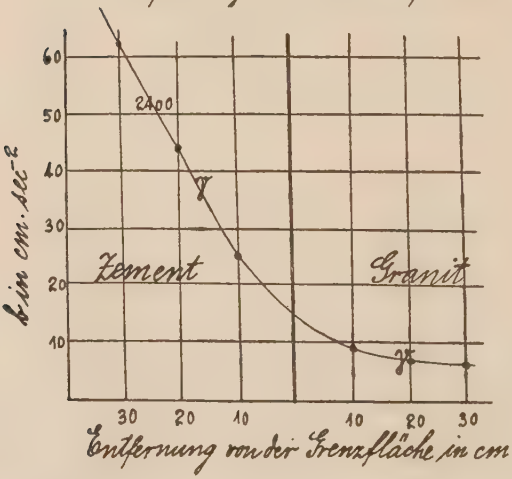
Die Meßreihen unter 2 sind in den Kurven α, β, γ der Fig. 22 (S. 64) graphisch wiedergegeben. Man ersieht aus diesen Kurven und ebenso aus denen der Figur 21, daß zusammengehörige Kurvenelemente links und rechts der Trennungsfläche sich an derselben wirklich treffen. Die Extrapolation bis zur Grenze ergibt sich hier ganz ungezwungen; anders ist dies bei der dritten, noch zu ermittelnden Beschleunigungskomponente, die nur bis zu 20 cm an die Grenzfläche heran sich bestimmen ließ. Das bisherige möge genügen, um die Stetigkeit der Komponenten parallel zur Trennungsfläche an derselben zu beweisen.

Fig. 22.

a



b



Verhalten von elastischen Wellen an der Grenzfläche zweier Medien. Horizontale Beschleunigungskomponente parallel zur Grenzfläche.

B. Komponente senkrecht zur Grenzfläche.

α) $n_0 = 28{,}460$. g/M = 3,596. C = 7,505. N = 1400—1450/min.

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	28.056 ± 0,005	0,404	10,9
30 (3)	28,220 ± 0,000	0,240	6,48
20 (3)	28,310 ± 0,000	0,150	4,05

Granit

d	n	Δn	b
20 (3)	28,381 ± 0,001	0,079	2.13
30 (3)	28,412 ± 0,002	0,048	1,29
40 (3)	28,438 ± 0,004	0,022	0,59

β) $n_0 = 28{,}513$. g/M = 3,596. C = 7,505. N = 1500/min.

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	26,58 ± 0,02	1,93	51,6
30 (3)	27,40 ± 0,003	1,11	30,0
20 (3)	27,81 ± 0,003	0,70	18,9

Granit

d	n	Δn	b
20 (3)	28,36 ± 0,000	0,153	4,05
30 (3)	28,420 ± 0,000	0,093	2,51
40 (3)	28,467 ± 0,002	0,046	1,24

γ) $n_0 = 28{,}513$. g/M = 3,596. C = 7,505. N = 1600/min

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	27,47 ± 0,003	1,04	28,1
30 (3)	27,59 ± 0,000	0,92	24,8
20 (3)	27,887 ± 0,004	0,626	16,7

Granit

d	n	Δn	b
20 (3)	28,402 ± 0,003	0,111	3,0
30 (3)	28,452 ± 0,002	0,061	1,67
40 (3)	28,459 ± 0,001	0,054	1,46

δ) n_0 = 28,513. g/M = 3,596. C = 7,505. N = 1800/min

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	27,31 ± 0,006	1,20	32,4
30 (3)	27,52 ± 0,003	0,99	26,7
20 (3)	27,89 ± 0,000	0,62	16,7

Granit

d	n	Δn	b
20 (3)	28,14 ± 0,003	0,37	10,0
30 (3)	28,437 ± 0,004	0,076	2,11
40 (3)	28,488 ± 0,002	0,025	0,67

ε) n_0 = 20,425. g/M = 4,586. C = 7,505. N = 2000/min.

Zement

d	n	Δn	b
40 (3)	19,00 ± 0,000	1,43	49,2
30 (3)	19,47 ± 0,010	0,96	32,7
20 (3)	19,98 ± 0,000	0,445	15,5

Granit

d	n	Δn	b
20 (3)	20,343 ± 0,004	0,082	2,82
30 (3)	20,390 ± 0,000	0,035	1,20
40 (3)	20,399 ± 0,002	0,026	0,93

ϑ) n_0 = 21,225. g/M = 4,586. C = 6,185. N = 2400/min.

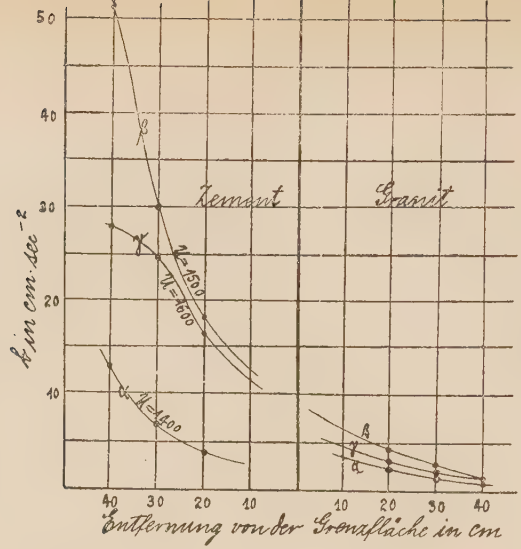
Zement

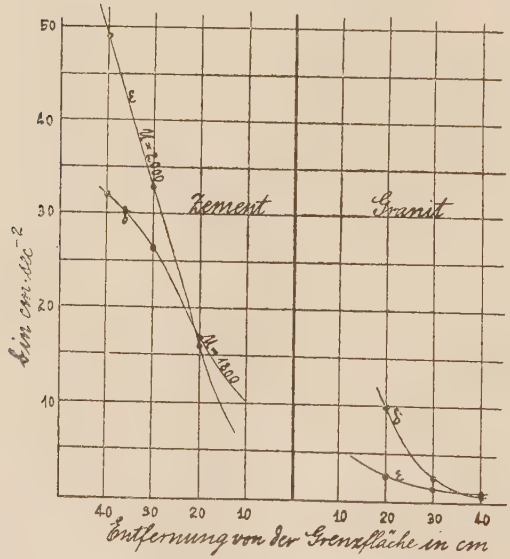
d	n	Δn	b
30 (3)	17,78 ± 0,01	3,45	97,8
25 (3)	18,40 ± 0,02	2,83	80,3
20 (3)	19,72 ± 0,01	2,50	70,9

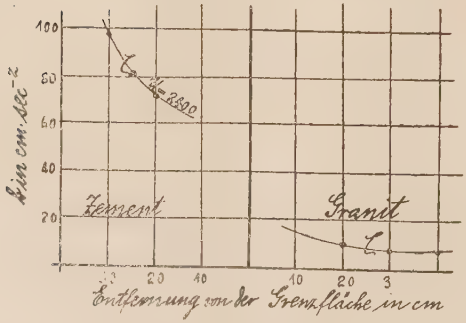
Granit

d	n	Δn	b
20 (3)	20,90 ± 0,03	0,325	9,22
30 (3)	20,930 ± 0,003	0,295	8,51
40 (3)	20,962 ± 0,002	0,273	7,81

Die Resultate dieser Versuche sind in den Figuren 23 (S. 68) wiedergegeben. Von diesen Kurven beweisen β und γ noch keine Unstetigkeit der Beschleunigungskomponente senkrecht zur Grenzfläche. Die vier anderen Kurven α, δ, ε, ζ dagegen deuten auf eine solche hin. Eine Unsicherheit in den Kurven kommt dadurch zustande, daß in unmittelbarer Nähe der Grenzfläche zu wenig Kurvenpunkte ermittelt sind, was sich indessen bei der Ausdehnung der Grundplatte des Pendelapparates von 20×30 cm^2 nicht vermeiden ließ.







Verhalten von elastischen Wellen an der Grenzfläche zweier Medien. Horizontalkomponente senkrecht zur Grenzfläche.

Zusammenfassung.

1. Es ist die Theorie des Grunmach-Weidertschen Apparates einer experimentellen Prüfung unterzogen worden. Die zur Verwendung gelangende Formel ist als richtig befunden und ihre Ableitung etwas vereinfacht worden.

2. Es sind mit dem Apparat Messungen ausgeführt worden zur Untersuchung der Abnahme der Wellenamplitude mit der Entfernung von der Erregungsquelle. Eine Abhängigkeit dieser Abnahme der Amplitude von der Periode ist in vier eingehend untersuchten Fällen konstatiert worden für alle drei Komponenten der Beschleunigung.

Vorliegende Arbeit wurde ausgeführt im physikalischen Institut der Technischen Hochschule Berlin unter Leitung von Herrn Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. L. Grunmach. Es ist mir ein Bedürfnis, ihm zum Schlusse zu danken für die Anregung zu dieser Untersuchung und das rege Interesse, das er einem jeden Fortschritte derselben entgegenbrachte.

Lebenslauf.

Ich, Ernst Jegge, wurde zu Konstanz am 27. März 1888 als Sohn des Graveurchefs Karl Jegge geboren. Ich bin katholisch getauft und besitze die badische Staatsangehörigkeit. Ich besuchte die Oberrealschule zu Konstanz, die ich im Sommer 1907 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Im darauffolgenden Winter begab ich mich nach Freiburg i. B., um an der dortigen Universität Mathematik und Naturwissenschaften zu studieren. Im Herbst 1908 ging ich nach München, um daselbst an der Technischen Hochschule meine Studien fortzusetzen; ein Jahr darauf bezog ich die Universität Berlin. Im Sommer 1912 bestand ich in Berlin das Staatsexamen für das höhere Lehramt und seit November 1912 bin ich ständiger Assistent am physikalischen Institut der Kgl. Technischen Hochschule zu Charlottenburg bei Herrn Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Grunmach.